

# Poticajni sadržaji za razvoj logičkog i kritičkog mišljenja u udžbenicima iz matematike

---

**Milanović, Tea**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Rijeci, Učiteljski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/um:nbn:hr:189:765383>

*Rights / Prava:* [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-25**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Teacher Education - FTERI Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
UČITELJSKI FAKULTET U RIJECI**

**Tea Milanović**

**Poticajni sadržaji za razvoj logičkog i kritičkog mišljenja u udžbenicima iz  
matematike**

**DIPLOMSKI RAD**

**Rijeka, 2022.**



**SVEUČILIŠTE U RIJECI**  
**UČITELJSKI FAKULTET U RIJECI**  
**Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni učiteljski studij**

**Poticajni sadržaji za razvoj logičkog i kritičkog mišljenja u udžbenicima iz matematike**

**DIPLOMSKI RAD**

Predmet: Metodika matematike I

Mentor: dr.sc. Neva Slani

Student: Tea Milanović

Matični broj: 0299011283

U Rijeci,

rujan, 2022.

## **IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI**

*„Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da sam diplomski rad izradila samostalno, uz preporuke i savjetovanja s mentoricom. U izradi ovog rada pridržavala sam se Uputa za izradu diplomskog rada i poštovala sam odredbe Etičkog kodeksa za studente/studentice Sveučilišta u Rijeci o akademskom poštenju.“*

Potpis studentice:



Tea Milanović

## SAŽETAK

Neosporna je važnost razvijanja sposobnosti logičkog i kritičkog mišljenja. U moderniziranom svijetu, potrebe za navedenim vještinama sve su veće i veće. Kao takve, očekuje se da se počnu razvijati u što mlađoj dobi. Učitelj razredne nastave ima izrazito veliku ulogu u ostvarenju tih visokih očekivanja. Potrebno je koristiti ispravne sadržaje, metode i pristupe učenju kako bi razvoj tih vještina bio maksimalan. Pojedini predmeti su pogodniji za razvoj kritičkog i logičkog mišljenja jer savladavanje njihovih sadržaja očekuje određenu razinu korištenja logičkog i kritičkog mišljenja. Kao takva, matematika se uzima kao predmet čiji sadržaji zahtijevaju korištenje navedenih mišljenja. Javlja se pitanje u kojoj mjeri su u udžbenicima iz matematike zastupljeni sadržaji koji potiču maksimalan razvoj logičkog i kritičkog mišljenja. Prije negoli se pronađe koliko ima optimalnih sadržaja u udžbenicima matematike, potrebno je definirati pojmove kritičkog i logičkog mišljenja i vidjeti koji su to sadržaji koji imaju najveći učinak na njihov razvoj.

Cilj ovog diplomskog rada bio je ponuditi definicije različitih autora o pojmovima kritičkog i logičkog mišljenja, pronaći koji elementi spadaju pod kritičko mišljenje te kako se oni potiču, izdvojiti najrelevantnije elemente kritičkog i logičkog mišljenja te naposlijetku istražiti u kojoj mjeri su sadržaji koji potiču razvoj logičkog i kritičkog mišljenja zastupljeni unutar udžbenika. Javila se kompleksnost i širina pojmove logičkog i kritičkog mišljenja te došlo do zaključka da navedeni pojmovi nisu dovoljno jasno definirani. Razni autori su različito definirali pojmove te naveli druge elemente koji spadaju pod njih. Analizom udžbenika javio se rezultat koji ukazuje na manjak sadržaja koji potiču logičko i kritičko mišljenje. Došla sam do zaključka da je potrebno dodatno istražiti područje logičkog i kritičkog mišljenja te jasno i precizno definirati na koji način se ta mišljenja potiču, korištenjem kojih sadržaja i metoda te na bolji način zastupiti sadržaje unutar udžbenika iz matematike jer korištenjem sadašnjih udžbenika, bez posezanja za dodatnim materijalima, učenikovo logičko i kritičko mišljenje neće biti razvijeno.

Ključne riječi: logičko mišljenje, kritičko mišljenje, matematika

## **ABSTRACT**

The importance of developing the ability to think logically and critically is undeniable. In the modernized world, the need for critical and logical thinking is increasing. As such, it is expected to start developing those skills at a young age. Elementary school teachers play an extremely large role in the realization of these high expectations. It is necessary to use the correct contents, methods, and approaches of learning in order to maximize the development of these skills. Certain subjects are more suitable for the development of critical and logical thinking because mastering their content requires a certain level of use of critical and logical thinking. As such, mathematics is taken as a subject whose contents require usage of logical and critical thinking. The question arises to what extent mathematics textbooks contain content that encourages the maximum development of logical and critical thinking. Before finding the optimal contents in mathematics textbooks, it is necessary to define the concepts of critical and logical thinking and see which contents have the greatest effect on their development.

The aim of this thesis was to offer definitions of different authors on the concepts of critical and logical thinking, to find which elements fall under critical and logical thinking and how are they encouraged, to single out the most relevant elements of critical and logical thinking, and finally to investigate to what extent the contents that encourage the development of logical and critical thinking are represented within the textbook. The complexity and breadth of the concepts of logical and critical thinking came to the fore, and it was concluded that the mentioned concepts were not defined clearly enough. Various authors have defined the terms differently and listed other elements that fall under them. An analysis of textbooks revealed a result that indicates a lack of content that encourages logical and critical thinking. The conclusion was reached that it is necessary to further research the area of logical and critical thinking and to clearly and precisely define how these opinions are encouraged, using which content and methods, and to better represent the content within mathematics textbooks. Because by using current textbooks, without resorting to additional materials, the student's logical and critical thinking will not be developed.

Keywords: logical thinking, critical thinking, mathematics

# SADRŽAJ

1.	UVOD.....	1
2.	KRITIČKO MIŠLJENJE.....	3
2.1.	Zašto je bitan razvoj kritičkog mišljenja? .....	3
2.2.	Kritičko mišljenje kroz povijest .....	5
2.3.	Definiranje pojma kritičko mišljenje .....	6
2.3.1.	Kritičko mišljenje kao mišljenje.....	10
2.4.	Elementi kritičkog mišljenja .....	12
2.4.1.	Trideset i pet dimenzija kritičkog mišljenja Richarda Paula.....	15
2.5.	Kritičko mišljenje u školi.....	17
2.6.	Poučavanje kritičkog mišljenja u školi.....	22
2.6.1.	Pristup k poučavanju kritičkog mišljenja autora Vec i Kompare.....	22
2.6.2.	Poučavanje osam vještina kritičnog mislioca.....	22
2.7.	Kritičko mišljenje u kurikulumu .....	25
3.	LOGIČKO MIŠLJENJE .....	28
3.1.	Definiranje pojma logičko mišljenje.....	28
3.1.1.	Logika .....	28
3.1.2.	Logičko mišljenje .....	33
3.1.3.	Induktivno zaključivanje.....	35
3.1.4.	Deduktivno zaključivanje .....	36
3.1.5.	Matematičko mišljenje.....	37
3.1.6.	Logičke pogreške.....	38
3.2.	Zašto je bitan razvoj logičkog mišljenja?.....	41
3.3.	Logičko mišljenje u školi.....	42
3.4.	Logičko mišljenje u kurikulumu.....	43
4.	KRITIČKO I LOGIČKO MIŠLJENJE U UDŽBENICIMA IZ MATEMATIKE .....	46

4.1.	Kritičko mišljenje u nastavi matematike.....	46
4.1.1.	Bloomova taksonomija .....	49
4.2.	Logičko mišljenje u nastavi matematike .....	50
4.2.1.	Kognitivni razvoj djece prema Jean Piagetu.....	52
4.3.	Tipovi matematičkih zadataka za poticanje kritičkog i logičkog mišljenja.....	53
4.4.	Odabir elemenata logičkog i kritičkog mišljenja za analizu udžbenika iz matematike .....	57
4.4.1.	Elementi kritičkog mišljenja .....	57
4.4.2.	Elementi logičkog mišljenja.....	59
4.5.	Udžbenici iz Matematike.....	62
4.5.1.	Moj sretni broj 1.....	63
4.5.2.	Matematičke priče 1 .....	66
4.5.3.	Otkrivamo matematiku 1.....	68
4.5.4.	Matematička mreža 1 .....	72
4.5.5.	Matematičke priče 2 .....	74
4.5.6.	Moj sretni broj 2.....	76
4.5.7.	Moj sretni broj 3.....	78
4.5.8.	Moj sretni broj 4.....	81
5.	ZAKLJUČAK .....	84
6.	LITERATURA .....	86

## 1. UVOD

U današnjem „modernom“ dobu javlja se sve veća potreba za razvijenim sposobnostima kritičkog i logičkog mišljenja. Reklo bi se da se živi u svijetu gdje je sve postalo usporeno zbog razvoja naprednih tehnologija koje olakšavaju život pojedincu, odnosno više nije potrebno kritički i logički promišljati kao nekada. To je s jedne strane istina. Danas je gotovo sve dostupno. Razvoj sve naprednijih tehnologija olakšava život na razne načine i omogućava lagodniji život bez briga i problema koje su imali ljudi nekada. Primjerice, medicina je uvelike napredovala i ukoliko nešto nije u redu s našim tijelom, samo je potrebno uputiti se liječniku. Liječnik uz pomoć pretraga najčešće uspješno postavi dijagnozu i propiše određenu terapiju. Mobilni uređaji mogu podsjetiti na svakodnevni unos te terapije. Čovjek ne mora razmišljati gotovo ni o čemu. No s druge strane, upravo zbog uljuljkivanja u svakodnevici još je potrebni kritički i logički promišljati. Javljuju se sve kreativnije ideje i viša razina razmišljanja očekuje se između ostalog i zbog napretka tehnologije. Osobe koje imaju razvijene te vještine, prije će se uspjeti zaposliti od onih koji nemaju (Buchberger, 2012). Ovo je jedan od razloga zašto je potrebno uključivati razvoj logičkog i kritičkog mišljenja u obrazovne sustave. Nažalost, u praksi se jako malo sluša o poticaju njihovog razvoja. Odnosno, ona se ističu kao važna u nastavi, no ne objašnjavaju se u praksi. Tijekom visokoškolskog obrazovanja, na Učiteljskom fakultetu u Rijeci, kritičko i logičko mišljenje se više puta spominjalo kao bitno za razvoj kod djece, no pregled sadržaja, metoda, načina razvijanja takvog nisu bili ponuđeni. Smatra se da je kritičko i logičko mišljenje karakteristično za starije uzraste te da djeca mlađe školske dobi ne mogu razmišljati na taj način. Rašireno je nestručno uvjerenje da djeca mlađe školske dobi ne mogu na isti način kritički i logički promišljati kao odrasla osoba, ali za razvoj svakog oblika mišljenja potrebno je stvoriti određene temelje (hooks, 2010). Djeca mlađe školske dobi neće logički i kritički promišljati kao što bi promišljali učenici srednjih škola, no svejedno su u stanju promišljati logički, a i kritički. Potrebno je prilagoditi sadržaje i metode dobi i mogućnostima učenika. Postoje sadržaji koji su identificirani kao više ili manje poticajni za razvoj svakog mišljenja (Berisha i Bytyqi, 2020).

Za nastavni predmet Matematiku kaže se da najviše razvija logičko i kritičko mišljenje. Velik broj djece ima poteškoće u razumijevanju matematike, a logičko i kritičko mišljenje im je slabo razvijeno (Jablonka, 2020, prema Lerman, 2020). Javlja se pitanje zašto je to tako, koji sadržaji

su poticajni za razvoj logičkog i kritičkog mišljenja i na koji način se oni mogu iskoristiti u nastavi kako bi njihov razvoj bio maksimalan. Kako bi se došlo do ovih odgovora, potrebno je proći kroz nekoliko pitanja. Prvenstveno je bitno istražiti i saznati što je to logičko i kritičko mišljenje. Potrebno je razumjeti pojmove kako bi ih se moglo dalje istraživati. Nadalje, potrebno je istražiti koje metode, sadržaji, i ostali čimbenici utječu na pozitivan razvoj tih mišljenja. Ovim radom pregledat će se razni udžbenici iz Matematike i vidjeti koji sadržaji su poticajni za razvoj takvih mišljenja te koliko su oni zastupljeni unutar udžbenika. Odnosno, propitati će se koliko su kvalitetni sadržaji u udžbenicima Matematike u razrednoj nastavi i u kojoj mjeri se uz pomoć njih može razvijati logičko i kritičko mišljenje. Na kraju, možda i najbitnije, potrebno je te sadržaje kvalitetno uklopiti u nastavni proces u školi. Velik broj sadržaja može biti kvalitetan za razvoj logičkog i kritičkog mišljenja, no ako se taj sadržaj na pogrešan način prezentira, objasni i prenese učenicima, logičko i kritičko mišljenje neće doseći svoj maksimalan razvoj i učenicima će matematika biti komplikirana i naporna (Vec i Kompare, 2006).

Ovaj rad ponudio je pregled nekolicine autora koji govore o logičkom i kritičkom mišljenju. U prvom dijelu rada pokušava se definirati kritičko mišljenje. Analiziraju se definicije raznih autora i izvlače poveznice, njihova usporedba i elementi koji se ponavljaju. Iznosi se zašto je kritičko mišljenje bitno u obrazovanju i na koji način se ono poučava. Nakon kritičkog mišljenja, iznose se definicije logičkog mišljenja. Logičko mišljenje povezuje se s područjem logike kako bi se stvorila jasna slika o širini djelovanja logike i logičkog mišljenja. Nakon toga, iznose se elementi koji se smatraju relevantnim u području logičkog mišljenja i definiraju se. Iznosi se važnost logičkog mišljenja u području školstva i na koje načine se ono može poticati. Nakon toga, kritičko i logičko mišljenje stavljaju se u kontekst nastavnog predmeta Matematika i iznose se tipovi zadataka koji se smatraju pogodnim za poticanje logičkog i kritičkog mišljenja. Na temelju prethodno iznesenog teksta, donose se kriteriji za analizu udžbenika i poticajni sadržaji, odnosno zadaci za razvoj logičkog i kritičkog mišljenja. Analizira se nekolicina udžbenika od prvog do četvrтog razreda osnovne škole iz nastavnog predmeta Matematika i donosi zaključak o kvaliteti analiziranih udžbenika u kontekstu razvoja kritičkog i logičkog mišljenja.

## **2. KRITIČKO MIŠLJENJE**

Kritičko mišljenje je pojam koji je poznat u današnjici i voli ga se spominjati u smislu važnosti njegovog poticanja te razvoja. Zašto se kritičko mišljenje potiče u današnjici te koji je kontekst kritičkog mišljenja u povjesnom smislu vidjet će se u nastavku teksta. Također, ovo poglavlje pokušati će definirati pojam kritičkog mišljenja te elemente koji spadaju pod njega. Kažu da je u osnovnoškolskom obrazovanju bitno razviti djetetovo kritičko mišljenje. Kako bi se ono razvilo, potrebno je razumjeti što je to kritičko mišljenje i na koje načine i u kojoj dobi se ono može poticati, odnosno otkriti metode poticanja, poticajne sadržaje, okruženje i ostale čimbenike koji mogu utjecati na njegov razvoj. Pregledat će se kritičko mišljenje u kontekstu škole i kurikuluma te otkriti njegovi načini poticanja.

### **2.1. Zašto je bitan razvoj kritičkog mišljenja?**

Razvitkom mišljenja djeca postaju sretniji individualci i njihova dobrobit se povećava jer razvijenijim kritičkim mišljenjem pojedinci imaju veću šansu za uspjeh u današnjem društvu. Najuspješniji edukacijski centri svijeta potiču razvoj kreativnog i kritičkog mišljenja u školama (Grigg i Lewis, 2019). Pitanje koje se javlja je zašto je svima toliko bitan razvoj kritičkog mišljenja. Autorica Buchberger ističe dva razloga zašto se potiče kritičko mišljenje u školama. Prvi je da suvremeno demokratsko društvo od građana očekuje da promišljaju, preispituju, vrednuju i donose odluke. Drugi razlog je vrijeme u kojem živimo koje je puno stalnih i brzih promjena, iznimnog tehnološkog napretka te velike količine i dostupnosti informacija kojoj smo izloženi. Zbog toga je potrebno biti spremna na aktivni, promišljeni i preispitujući, kritički pristup (Buchberger, 2012). *The World Economic Forum* je identificirao šesnaest ključnih znanja i sposobnosti za obrazovanje unutar 21. stoljeća. Dijeli ih u tri kategorije: osnovne pismenosti, kompetencije i kvalitete karaktera. Osnovne pismenosti odnose se na primjenjivanje osnovnih vještina na svakodnevne zadatke. Pod njih spadaju: jezična pismenost, matematička pismenost, znanstvena pismenost, IKT pismenost, finansijska pismenost i kulturna pismenost. Kompetencije opisuju kako pojedinac pristupa složenijim izazovima. U njih spadaju: kritičko mišljenje, kreativnost, komunikacija i kolaboracija. Na posljetku, karakterne kvalitete opisuju kako

pojedinac pristupa konstantnim promjenama. U njih spadaju: radoznalost, inicijativa, upornost, prilagodljivost, vodstvo te društvena i kulturna svijest (World Economic Forum, 2015). Jedna od samo četiri istaknute kompetencije je upravo kritičko mišljenje, čime bi se moglo zaključiti da se ono smatra izrazito bitnim u obrazovanju. Ukoliko je želja napredovati u brzo evoluirajućem, tehnološki usmjerrenom svijetu, učenici moraju posjedovati snažne vještine u područjima poput jezika, matematike, ali moraju posjedovati i vještine poput kritičkog mišljenja (World Economic Forum, 2015). Nažalost sve više istraživanja dokazuje da učenici završavaju svoje obrazovanje bez tih kompetencija. Istraživanje iz 2010. godine pokazalo je na uzorku od 2 300 studenata s 24 institucije da više od 45% ispitanika nije pokazalo napredak u razvitku kompetencije kritičkog mišljenja unutar perioda od dvije godine na fakultetu (Arum and Roksa, 2010, prema Grigg i Lewis, 2019). Drugo istraživanje je pokazalo da velikom broju studenata nakon završenog studija nedostaje razvijeno kritičko mišljenje (Stewart, 2014, prema Grigg i Lewis, 2019). Kritičko mišljenje ne veže se samo uz područje odgoja i obrazovanja. Ono je kompetencija koja se očituje u velikom spektru životnih radnji. Sve je potrebnije kritički razmišljati kako bi se opstalo u današnjem suvremenom i moderniziranom društvu (Buchberger, 2012). Također, razvojem kritičkog mišljenja, razvijaju se i određene intelektualne vrijednosti koje znatno doprinose čovjeku, a to su: jasnoća, relevantnost, dubina, preciznost, konzistentnost, koherentnost, logičnost i objektivnost (Buchberger, 2012). Razvijanjem kritičkog mišljenja razvija se sposobnost razmišljanja, odnosno razmišlja se „bolje“. Ono može rezultirati odlukom, govorom, prijedlogom, eksperimentom, dokumentom, stajalištem, itd., ali i novim pristupom značajnim pitanjima u svijetu ili pojedinčevom životu te dubljem razumijevanju djelovanja pojedinca (Kurfiss, 1988). Kritičkim mišljenjem mogu se donositi kvalitetnije odluke, sudovi, formirati mišljenja i stavovi i samim time formirati u „kvalitetnijeg“ i „humanijeg“ pojedinca. Kritičko mišljenje čini pojedince boljim osobama, uči kako se ponašati u određenim situacijama, kako biti pošten i učiniti svijet boljim mjestom za sebe, ali i za druge. Ljudi koji koriste kritičko mišljenje u svakodnevnom životu, žive racionalno, razumno i empatično. Oni su svjesni inherentno pogrešne prirode ljudskog razmišljanja kada se ne koriste razumom. Također, nastoje umanjiti snagu svojih egocentričnih i sociocentričnih sklonosti kako bi poboljšali svijet na sve načine koje mogu i pridonijeli racionalnijem, civiliziranijem društvu.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Elder, L. (2007). *Critical thinking*. Pribavljeno 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining->

## **2.2. Kritičko mišljenje kroz povijest**

Potreba za kritičkim mišljenjem javlja se od početka razvoja društva. Sofisti su bili prvi koji se vežu uz pojam kritičkog mišljenja. Oni su inzistirali na logičkoj argumentaciji. Nakon sofista, slijedi Sokrat (Atena, 469. g. pr. Kr. – Atena, 399. g. pr. Kr.), koji je posjećivao gradski trg i razgovarao s ljudima, odnosno usmjeravao ih da razmišljaju kritički (Ćurko, 2018, prema Rifel, 2018). Sokrat je koristio metodu za razvoj kritičkog mišljenja u kojoj je učenike stavljao u situacije u kojima se moraju suočiti s vlastitim neznanjem. Učenici su morali pokazati kako je njihovo dotadašnje znanje utemeljeno na predrasudama i neispitanim tvrdnjama. Ova metoda naziva se ironija (Buchberger, 2012). Druga metoda koju je Sokrat koristio bila je majeutika. Majeutikom je Sokrat ispitivao gledišta na određene teme koristeći se dobro usmjerenim pitanjima koja vode k logički dosljednom zaključku (Ćurko, 2018, prema Rifel, 2018). Učenici su u razgovoru, uz pomoć „učiteljevih“ pitanja, samostalno dolazili do spoznaje. Sokrat je koristio analizu tvrdnji, opravdanje tvrdnji, uočavanje nedostataka te aktivan odnos učenika prema spoznaji kritičkog mišljenja (Buchberger, 2012).

John Dewey smatra se ocem modernog kritičkog mišljenja. On je uspostavio temelje za teoriju kritičkog mišljenja i to u svojem djelu *How We Think* iz 1910. godine. Dewey je kritičko mišljenje nazivao refleksivnim mišljenjem i definirao ga kao aktivno, uporno i pažljivo razmatranje bilo kojeg uvjerenja ili navodnog oblika znanja s obzirom na osnove koje ga podupiru i daljnji zaključak kojem teži, predstavljajući reflektirajuću misao (Dewey 1997, prema Ćurko). Danas se Deweyev refleksivno mišljenje naziva kritičkim mišljenjem. Dewey je smatrao da je kritičko mišljenje jedna od temeljnih kompetencija čiji bi razvitak trebao biti prisutan u obrazovanju unutar škola (Ćurko, 2018, prema Rifel, 2018).

Uz kritičko mišljenje u prošlosti ponajviše se vežu veliki filozofi. Razlog tomu je da je srž filozofije propitivanje svega što nas okružuje. Propitivanje se sastoji od znanja koje imamo, pitanja kojih možemo postaviti kako bi propitali ta znanja i kritičkim promišljanjem došli do spoznaje jesu li ta znanja apsolutna ili ih je moguće opovrgnuti. Kritičko mišljenje uključuje refleksiju, preispitivanje, vrednovanje, argumentiranje, itd. zbog čega je usko povezano s filozofijom. Metoda spoznavanja u filozofiji je kritičko mišljenje (Buchberger, 2012). Također,

pogleda li se Deweyeva definicija kritičkog mišljenja, može se vidjeti da se i znanost bazira na kritičkom mišljenju. „Aktivno, uporno i pažljivo razmatranje bilo kojeg uvjerenja ili navodnog oblika znanja s obzirom na osnove koje ga podupiru i daljnji zaključak kojem teži“ definicija je koju je John Dewey dao za kritičko mišljenje (Dewey 1997, prema Ćurko). Znanost mora biti otvorena na promjene i, prije negoli proglaši nešto znanstvenom činjenicom, mora aktivno, uporno i pažljivo razmatrati je li to znanje zaista u tolikoj mjeri provjereno kako bi ga se moglo nazvati znanstvenom činjenicom. Uzmimo kao primjer teoriju ravne Zemlje. U prošlosti se smatralo da je Zemlja ravna ploča. To vjerovanje trajalo je do 6.st.pr.n.e, perioda za koji se smatra da se pojavila prva teorija o okrugloj Zemlji.<sup>2</sup> Dalnjim istraživanjem, odnosno postavljanjem dalnjih pitanja, neprihvaćanjem neke činjenice kao finalne i donošenjem zaključaka na temelju činjenica i dokaza, došlo se do nove spoznaje. Odnosno zaključilo se da je Zemlja zaista okrugla. Bez kritičkog mišljenja, odnosno bez prevladavanja logičkog, znanstvenog mišljenja, ljudi bi možda i dalje vjerovali da je Zemlja ravna ploča. Odsutnost korištenja kritičkog mišljenja vidi se i danas. Javljuju se pojedinci koji tvrde, unatoč silnim dokazima koji postoje, da je Zemlja ravna ploha. Kritičkim mišljenjem odbacuju se nepouzdane tvrdnje, iako ih možda iznosi osoba koja ima autoritet. Ono omogućuje pojedincu da se ne donosi zaključak na osnovu autoriteta, nego vlastitom logikom.

### 2.3. Definiranje pojma kritičko mišljenje

Ne postoji jedinstvena niti općeprihvaćena definicija kritičkog mišljenja. Radi se o pojmu koji su razni autori različito opisali. Etimološki, naziv kritičko mišljenje dolazi od grčke riječi *kritikos* što znači kritika, odnosno označava sposobnost donošenja sudova.<sup>3</sup> Ova definicija pokriva jedan aspekt kritičkog mišljenja koji većina autora spominje. Sličnosti u definiciji kritičkog mišljenja se javljaju u rječniku *Oxforda*. Kritičko mišljenje je definirano kao proces analize informacija radi donošenja logičke odluke o tome u kojoj mjeri vjerujemo je li nešto istinito ili neistinito. Prema rječniku, vještine kritičkog mišljenja omogućuju učenicima evaluaciju informacija (*Oxford*, 2022). Obje definicije nude elemente koji se javljaju u području logike. Donošenje sudova, logička odluka te istina i neistina su pojmovi koje usko povezujemo s logikom. Autorica

<sup>2</sup> *Flat earth*. Pribavljeno 01.05.2022. sa [https://en.wikipedia.org/wiki/Flat\\_Earth](https://en.wikipedia.org/wiki/Flat_Earth)

<sup>3</sup> *Online Etymology Dictionary*. Pribavljeno 12.04.2022. sa <https://www.etymonline.com/>

Mitchell smatra da je kritičko mišljenje proces koji se koristi logičkim mišljenjem na jednoj višoj razini kako bi se preispitale vrijednosti, pronašle poveznice u predmetima, situacijama, pojavama, itd. i tragalo za istinom.<sup>4</sup> Autorica Kurfiss ističe neformalnu logiku kao jednu od perspektiva kritičkog mišljenja. Neformalna logika uključuje kritičko mišljenje kao vještina analiziranja i konstruiranja argumenata (Kurfiss, 1988). Ovime bi se dalo zaključiti da kritičko mišljenje ne postoji bez uporabe logike, rasuđivanja i valjanosti, odnosno da su to elementi koji spadaju pod kritičko mišljenje. Ovi elementi provlače se i kroz druge definicije. Rasuđivanje je temelj brojnih drugih definicija: kritičko mišljenje je strategijsko korištenje vještina rasuđivanja kako bi se formiralo mišljenje koje se onda koristi pri donošenju odluka i rješavanju problema. Kritičko mišljenje je uspostavljeno kao opći metodološki standard za donošenje prosudbi i odluka (Jablonka, 2020, prema Lerman, 2020). Kritičko mišljenje je samovođeno, samodisciplinirano razmišljanje koje pokušava rasuđivati na najvišoj mogućoj razini uključujući kvalitetu i poštenost.<sup>5</sup> Prema kurikulumu Ontaria<sup>6</sup>, kritičko mišljenje smatra se donošenjem prosudbi korištenjem kriterija za evaluaciju ideja i informacija te povezanih posljedica. Prethodno navedene definicije uključuju rasuđivanje kao temelj. Rasuđivanje koje mora biti uspješno, kvalitetno, pošteno, samoregulirano, itd. Rasuđivanje je proces formiranja zaključaka ili sudova iz činjenica ili premeta. Ovdje se ponovo vidi uska povezanost s logikom, ali i s definicijama drugih autora. Autori Grigg i Lewis ističu rasuđivanje u svojoj definiciji, no koriste se njegovom definicijom te iznose da je kritičko mišljenje proces propitivanja izvora za donošenje dobro informiranih zaključaka (Grigg i Lewis, 2019). Iva Buchberger definira kritičko mišljenje kao „promišljeno vrednovanje“ koje može biti pozitivno ili negativno (Buchberger, 2012). Također, autorica ističe i sljedeću definiciju: „Kritičko mišljenje je složeni proces i rezultat analize i vrednovanja tvrdnji, pronalaženja opravdanja za tvrdnje, usporedbe s drugim i/ili suprotnim tvrdnjama i generiranje prigovora tvrdnjama te konačno zauzimanja stava.“ (Buchberger, 2012: 13). U definiciji autorice Buchberger može se uočiti, između ostalih, još jedan element koji se provlači kroz definicije kritičkog mišljenja, a to je vrednovanje. Ono se može vidjeti i u sljedećoj definiciji: kritičko mišljenje je sposobnost vrednovanja zaključaka i

<sup>4</sup> Mitchell, J. (2022). *Logical thinking vs critical thinking: comparing and breaking down the differences*. Pribavljen 18.05.2022. sa <https://homeschooladventure.com/blog/logical-thinking-vs-critical-thinking/>

<sup>5</sup> Elder, L. (2007). *Critical thinking*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>6</sup> Ontario ministry of education Pribavljen 01.05.2022. sa <https://www.dcp.edu.gov.on.ca/en/curriculum/elementary-mathematics>

planova istraživanja, povjerenja u vlastitu intuiciju o tome što se događa i osjetljivost na prepoznavanje i vrednovanje ciljeva drugih, s različitim temeljima (Vec i Kompare, 2006). Pogledaju li se definicije u rječniku *Oxford* te kod autorica Kurfiss i Buchberger vidi se još jedan zajednički element, a to je analiza informacija. Ovaj element se spominje i u sljedećoj definiciji: kritičko mišljenje je intelektualno discipliniran proces aktivnog i vještog konceptualiziranja, primjene, analiziranja, sintetiziranja te evaluacije informacija prikupljenih ili generaliziranih promatranjem, iskustvom, refleksijom, rasuđivanjem ili komunikacijom kao vodilja za vjerovanje i djelovanje.<sup>7</sup> Prethodna definicija kritičkog mišljenja uključuje velik broj elemenata kritičkog mišljenja, a jedan od njih može se pronaći i u rječniku *Oxford* te u kurikulumu Ontaria, a to je evaluacija. Logika, rasuđivanje, analiziranje, evaluacija, formiranje zaključaka, itd. elementi su koji se razlikuju od definicije do definicije, no to ne znači da ne spadaju pod kritičko mišljenje. Definiranje pojma kritičko mišljenje zahtjevan je čin zato što je ono izrazito širok pojam za obuhvatiti. Do sada niti jedna definicija nije obuhvatila pojam sa svim njegovim elementima, no zato su sve definicije uspjele dati jasan uvid u značenje pojma kritičko mišljenje.

Kritičko mišljenje je način razmišljanja o bilo kojem predmetu, sadržaju ili problemu u kojem mislilac poboljšava kvalitetu svog razmišljanja vješto preuzimajući kontrolu nad strukturama svojstvenim razmišljanju namećući im intelektualne standarde. Ono je samousmjereno, samokontrolirano i samokorektivno razmišljanje te podrazumijeva učinkovitu komunikaciju, sposobnost rješavanja problema te predanost savladavanju prirodnog egocentrizma i sociocentrizma čovjeka.<sup>8</sup> Pogleda li se prethodna definicija, vidjet će se da kako bismo kritički mislili moramo imati neke informacije o predmetima, sadržaju, problemima, vjerovanjima, itd. Svi prethodno navedeni elementi moraju imati neku polaznu informaciju koja će se analizirati, rasuđivati, evaluirati, itd. Još jedna bitna opaska koju nudi prethodno navedena definicija je da kritičko mišljenje mora biti samousmjereno, samokontrolirano i samokorektivno razmišljanje.<sup>9</sup> Kritičko mišljenje nije ograničeno samo na pojedine teme, može se kritički misliti o svemu. Budući da je „odgovorno“ za promjenjive teme, pitanja i svrhe, kritičko mišljenje usko je

<sup>7</sup> Scriven, M., Paul, R. (1987). *Critical thinking*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>8</sup> Paul, R., Elder, L. (2008). *The Miniature Guide to Critical Thinking Concepts and Tools*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>9</sup> Paul, R., Elder, L. (2008). *The Miniature Guide to Critical Thinking Concepts and Tools*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

povezano s drugim načinima razmišljanja kao što su: znanstveno mišljenje, matematičko mišljenje, povijesno mišljenje, ekonomsko mišljenje, moralno mišljenje i filozofsko mišljenje.<sup>10</sup> U sljedećoj definiciji može se vidjeti povezanost kritičkog mišljenja sa znanosti: kognitivno gledajući, kritičko mišljenje je rješavanje problema u situacijama u kojima rješenja ne mogu biti empirički provjerena. Definirano je kao istraživanje čija je svrha istražiti situaciju, fenomen, pitanje ili problem kako bi se došlo do hipoteza ili zaključaka o njima koje integriraju sve dostupne informacije i stoga mogu biti uvjerljivo opravdane. Kod kritičkog mišljenja, sve pretpostavke su otvorene na propitivanje te se traže različiti pogledi. Ishodi kritičkog propitivanja mogu završiti zaključkom ili hipotezom te opravdanjem koje se nudi u prilog propitivanju. Kako pojedini zaključci ne mogu biti dokazani, pojedinac mora prezentirati potkrepljujuće argumente za dobiveni zaključak (Kurfiss, 1988). Uzima se kao primjer područje matematike u kojoj je njezin velik dio empirijski neprovjeren, no svejedno se uzima kao „valjan“. Javlja se pitanje „Zašto je to tako?“. Odgovor se može pronaći u prethodnoj definiciji kritičkog mišljenja. U matematici su prezentirani potkrepljujući elementi koji djeluju dovoljno uvjerljivo da bi se smatrali valjani (Kurfiss, 1988).

Robert Ennis, suvremenii američki filozof, definira kritičko mišljenje kao vještina „racionalnog prosuđivanja u što vjerovati ili što učiniti koja uključuje vrijednosti intelektualnog poštenja i otvorenosti, autonomije i samokritičnosti, vjernosti istini i osjetljivosti na kontekst“ (Ennis, 1995, prema Buchberger, 2012; 12). Ova definicija uključuje elemente kritičkog mišljenja kojima je cilj formirati pojedinčev vjerovanje, ali i reći mu kako djelovati u skladu sa situacijom u kojoj se nalazi. Prethodno navedene definicije, također su se doticale istog ili sličnog cilja: „donošenja logičke odluke“, „donošenja prosudbi i odluka“, „donošenja dobro informiranih zaključaka“, „zauzimanja stava“, „vjerovanja i djelovanja“, „poboljšavanja kvalitete svog razmišljanja“, itd. (Oxford, 2022; Lerman, 2020; Grigg i Lewis, 2019; Buchberger, 2012; Scriven i Paul, 1987; Paul i Elder, 2008).

Budući da se kritičko mišljenje može definirati na više različitim načina koji su međusobno konzistentni, nije potrebno odlučiti se za jednu konkretnu definiciju.<sup>11</sup> Gledajući prethodne

<sup>10</sup> Scriven, M., Paul, R. (1987). *Critical thinking*. Pribavljeno 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>11</sup> Paul, R. (1990). How to Prepare Students for a rapidly Changing World. Pribavljeno 17.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/critical-thinking-basic-questions-amp-answers/409>

definicije, vidi se da kritičko mišljenje ima jasan cilj, a to je donošenje suda, odnosno odluke, stava ili vjerovanja. Kritičko mišljenje smatra se određenom sposobnošću, odnosno procesom koji uključuje razne čimbenike za koje se vidi da se razlikuju od autora do autora, no u svakoj definiciji postoji cilj kritičkog mišljenja, a to je formiranje mišljenja, donošenje suda ili odluke o određenoj temi ili problemu. Mogao bi se donijeti induktivan zaključak da je kritičko mišljenje proces usmjeren na donošenje zaključaka o nekoj temi. Bitno je istaknuti poveznicu kritičkog mišljenja s logikom i logičkim mišljenjem. Gdje počinje kritičko mišljenje, a završava logičko mišljenje i obrnuto nije razjašnjeno u literaturi, niti je razjašnjen njihov međuodnos, no većini autora neosporno je da je logičko mišljenje utkano u kritičko mišljenje, dok Kuerfiss smatra kritičko mišljenje neformalnom logikom.

Iva Buchberger, u svojem priručniku navela je da se kritičko mišljenje, s obzirom na širok spektar djelovanja, ne može jednoznačno odrediti. Pojam kritičkog mišljenja preopširan je za ponuditi jedinstvenu definiciju koja obuhvaća sva njegova obilježja (Buchberger, 2012). Kako bi definirali neki pojam, potrebno je dotaknuti se njegove srži. Svi autori su se uspjeli „složiti“ oko cilja kritičkog mišljenja, no navedeni elementi kritičkog mišljenja u definicijama različitih autora se razlikuju. Odnosno, ono što dovodi do kritičkog mišljenja i što ga potiče razlikuje se od autora do autora. To je podosta bitan element kada je riječ o ovom radu jer saznajući tip sadržaja koji potiču kritičko mišljenje, može se doći do zaključka jesu li takvi sadržaji dovoljno zastupljenu u udžbenicima matematike u razrednoj nastavi. Očito je da različiti autori smatraju da su različiti elementi u srži kritičkog mišljenja. Sljedeće poglavje ponudit će pregled raznih autora koji navode elemente kritičkog mišljenja gdje će se vidjeti sličnosti i razlike u ponuđenome.

### *2.3.1. Kritičko mišljenje kao mišljenje*

Prema Russellu Griggu i Helen Lewis kako bismo definirali kritičko mišljenje prvo trebamo definirati što je mišljenje, odnosno razmišljanje. Tako možemo doći do analize elemenata koji sačinjavaju kritičko mišljenje. Autori ističu definiciju Edwarda de Bona koja govori da je razmišljanje namjerno istraživanje iskustva za neku svrhu. Svrha može varirati od traganja do prosuđivanja, planiranja, evaluacije, kreiranja, itd. (de Bono, 1982, prema Grigg i Lewis, 2019). Također, istaknuli su mnoge druge definicije poput one da je razmišljanje aktivnost koju obavlja mozak. S fizičke strane, razmišljanje je biološki proces u kojem se moždane stanice (neuroni) međusobno povezuju električnim impulsima. Kada se neuroni povežu, kreiraju mrežu putova.

Ukoliko su putovi korišteni učestalo, veze postaju stalne. S filozofske strane, razmišljanje je sposobnost rasuđivanja koja razlikuje ljude od životinja, odnosno korištenje logike u rješavanju kompleksnih problema i primjena vještina pismenosti. Razmišljati prema Griggu i Lewis znači: imati ideje, uspoređivati termine ili stvari, racionalizirati, razmatrati, izvoditi bilo koju mentalnu operaciju, rasuđivati, zaključivati, utvrđivati, namjeravati, zamišljati i maštati. Prirodno bismo povezali razne od navedenih elemenata s kritičkim mišljenjem, primjerice rasuđivanje. U Britanskom Nacionalnom Kurikulumu u 1999. godini, pet vještina je bilo nabrojano kada je riječ o mišljenju, odnosno razmišljanju:

1. Vještine obrade informacija – pronalaženje, prikupljanje i analiza informacija.
2. Vještine rasuđivanja – navođenje razloga, dolaženje do zaključka i izvođenje dedukcije.
3. Vještine postavljanja pitanja – postavljanje relevantnih pitanja, postavljanje i definiranje problema, planiranje istraživanja, testiranje zaključaka i poboljšavanje ideja.
4. Vještine kreativnog mišljenja – generiranje i proširivanje ideja, predlaganje hipoteza, korištenje mašte, predlaganje alternativnih i inovativnih ishoda.
5. Vještine evaluacije – evaluacija informacija, prosuda vrijednosti i prisutnosti samopouzdanja u svojim prosudbama.

U svakodnevnom životu misli se na različite načine. Za različite situacije je potreban različit tip mišljenja. Ne misli se na jednak način u situaciji kada se primjerice vozi auto i prati pravila prometa ili u situaciji kada se piše pjesma. U oba slučaja se događa razmišljanje, ali ono se razlikuje. Postoji holističko mišljenje kojim se stvara „veća slika“ i razmatra kako se različiti dijelovi uklapaju zajedno. S druge strane postoji metakognicija, odnosno „razmišljanje o mišljenju“ koje uključuje znanje koje govori kada koristiti koju metodu razmišljanja, praćenje i evaluaciju učenja ovisno o uspjehu ili neuspjehu korištenja određene metode. Nadalje, postoji kreativno mišljenje koje uključuje razmišljanje na nov, kreativan način (Grigg i Lewis, 2019). Ovdje nije potrebno detaljno analizirati druge vrste mišljenja, no dobro je znati da ona postoje i da se u različitim situacijama koristimo različitim vrstama mišljenja.

## 2.4. Elementi kritičkog mišljenja

Autori Grigg i Lewis ističu da je kritičko mišljenje „zdravi skepticizam“ te navode da se za ovaj tip razmišljanja vezuju negativne konotacije kao što su jezik osuđivanja, propitivanje, kritiziranje, itd. Kritičko mišljenje moglo bi se povezati s pronalaženjem mana i slabosti, no ono svakako ne uključuje samo to. Ono traži čvrstu osnovu na temelju koje će se suditi o nečemu. To uključuje komentiranje snažnih i slabih strana te postavljanje dodatnih pitanja kao što se to čini kod primjerice recenziranja knjige (Grigg i Lewis, 2019). Iva Buchberger smatra da osoba koja kritički promišlja koristi bazično razumijevanje informacija kao početnu poziciju iz koje nadalje povezuje informacije, stvara cjeline, propituje iznesene informacije, daje „vlastito“ mišljenje o iznesenom, sagledava situaciju iz više perspektiva te daje više različitih rješenja na postavljen problem (Buchberger, 2012). Odnosno, kako bismo kritički promišljali moramo krenuti od startne pozicije koja se razlikuje od osobe do osobe ovisno o njezinim znanjima i uvjerenjima. Nadalje, analiziramo startnu poziciju. Kako bismo analizirali startnu poziciju moramo proći kroz određene procese koji su temelj kritičkog mišljenja. Ti procesi su određene intelektualne sposobnosti, sposobnosti, kompetencije, okolnosti, itd. koje se njeguju, razvijaju i potrebne su u procesu kritičkog mišljenja. Kada je riječ o intelektualnim sposobnostima, kritičko mišljenje temelji se na: jasnoći, točnosti, preciznosti, dosljednosti, relevantnosti, čvrstim dokazima, valjanim razlozima, dubini, širini i pravednosti.<sup>12</sup>

Navode se elementi kritičkog mišljenja kojima se podrazumijeva ispitivanje onih struktura ili elemenata misli implicitnih u svakom rasuđivanju kao što su: svrha, problem, pitanje, pretpostavka, pojam, empirijsko utemeljenje, obrazloženje koje je dovelo do zaključka, implikacije i posljedice.<sup>13</sup> Razlog tomu je da kritičko mišljenje poziva na konstantan trud za provjeravanje bilo kojeg vjerovanja ili navodnog oblika znanja u svjetlu dokaza koji ga podupiru i dalnjih zaključaka kojim teži.<sup>14</sup> Kako bi se riješio određeni problem, postavilo pitanje, donijela pretpostavka, itd. potreban je stav za postavljanje pitanja jer je kritički mislilac osoba koja konstantno postavlja pitanja i problematizira gradivo koje se uči (Wade, 1995, prema Vec i

<sup>12</sup> Scriven, M., Paul, R. (1987). *Critical thinking*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>13</sup> Scriven, M., Paul, R. (1987). *Critical thinking*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>14</sup> Glaser, E. (1941). *An Experiment in the Development of Critical Thinking*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

Kompare, 2006). Nadalje, kritičko mišljenje uključuje sposobnost prepoznavanja i definiranja problema koje može uključivati sposobnosti analize pojmove, informacija i gledišta kojim se dolazi do prepoznavanja problema<sup>15</sup> (Buchberger, 2012). Kritički mislilac teži što većoj točnosti u prepoznavanju problema, svjestan da za pojedine događaje, pojave, itd. postoje različita objašnjenja. Neka rješenja su bolje, a neka slabije provjerena. Postoje ona koja su snažno prisutna i utemeljena, ali su empirijski neprovjerena, pa nisu nužno valjana (Wade, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). Osvrćući se na to, u kritičkom mišljenju je bitna i sposobnost razlikovanja opravdanih i neopravdanih tvrdnji, sposobnost razlikovanja relevantnih i irelevantnih informacija unutar zadanog konteksta te prepoznavanje neizrečenih prepostavki i vrijednosti<sup>16</sup> (Buchberger, 2012). Kritički mislilac razlikuje činjenice, tumačenja, uvjerenja, neutemeljena uvjerenja i empirijski utemeljena, znanstvena objašnjenja, pozoran je na implicitna uvjerenja ili premise na kojima se temelje pojedinačne odluke, kako vlastite tako i odluke drugih ljudi. On istražuje i osvješćuje neizrečeno, ono što se obično automatski prihvata odnosno ono u što se automatski vjeruje i to analizira, sumnja, propituje (Wade, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). Potreban je i stav o sklonosti da se na promišljen način razmatraju problemi koji dolaze u rasponu nečijeg iskustva.<sup>17</sup> Kritičko mišljenje uključuje i sposobnost formiranja stavova i zastupanje ideja te sposobnost opravdanja tih stavova i gledišta (Buchberger, 2012). Pritom je bitno izbjegavanje emocionalnog zaključivanja jer kritički mislilac razlikuje emocionalni aspekt ili predanost nekoj ideji, sviđanje od razumnog pogleda, valjanosti i stvarnosti ideje (Wade, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). Pojedinac mora imati razvijenu sposobnost nadgledanja i procjenjivanja vlastitog razumijevanja informacija i sposobnost usmjeravanja vlastitog mišljenja k ispravnosti kako bi osigurao formiranje valjanih stavova i vrijednosti (Buchberger, 2012). Kritičko mišljenje uključuje i toleriranje različitih interpretacija, odnosno sposobnost sagledavanja predmeta rasprava iz različitih gledišta, sposobnost vrednovanja tih informacija i gledišta, izbjegavanje pojednostavljivanja te dopuštanje nedorečenosti (Buchberger, 2012; Wade, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). Kritički mislilac svjestan je da pojedinac uvijek tumači događaje iz neke perspektive, na temelju više ili manje svjesnih prepostavki. Zna da je na isti

<sup>15</sup> Glaser, E. (1941). *An Experiment in the Development of Critical Thinking*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>16</sup> Glaser, E. (1941). *An Experiment in the Development of Critical Thinking*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>17</sup> Glaser, E. (1941). *An Experiment in the Development of Critical Thinking*. Pribavljen 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

događaj moguće gledati iz različitih kutova i da je njegovo tumačenje, odnosno interpretacija, samo jedna od mogućih. Svjestan je relativnosti i da se razmišljanje uvijek odvija unutar određene perspektive. Svjestan je težnje pretjeranom pojednostavljenju, tj. crno-bijelom shvaćanju svijeta ili generalizaciji na temelju nedovoljnih ili nereprezentativnih informacija. Preispituje adekvatnost tvrdnji i zaključaka, vrednuje ih i procjenjuje njihovu utemeljenost. U većoj mjeri pristaje na nedorečenost, otvorenost, nejasnost, kompleksnost. U većoj mjeri prihvaca situacije u kojima u nekom trenutku ne postoji konačni odgovor. Pristaje da ne postoji definitivno, potpuno objašnjenje za određeni fenomen odnosno da znanje nikad nije savršeno, konačno niti absolutno (Wade, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). Pri kritičkom mišljenju potrebna je sposobnost interpretacije informacija koja se isprepliće sa sposobnošću povezivanja prethodnog znanja i novih informacija te različitih informacija iz različitih područja (Buchberger, 2012). Dobivene informacije se sintetiziraju i organiziraju u smislenu cjelinu na temelju kojih se izvlače opravdani i valjni zaključci oko specifičnih stvari i kvaliteta u svakodnevnom životu koji se potom testiraju i generaliziraju i na temelju kojih se događa rekonstrukcija pojedinčevih obrazaca vjerovanja.<sup>18</sup> (Buchberger, 2012). Također, kritičko mišljenje uključuje sposobnost pronalaska načina rješavanja problema na temelju sakupljanja bitnih informacija, interpretiranja podataka, analiziranja pretpostavki, ocjenjivanja i istraživanje dokaza i evaluacije argumenata te prepoznavanje postojanje ili nepostojanje logičkih poveznica između propozicija<sup>19</sup> (Wade, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). Pri tome se prolazi kroz određene kognitivne procese. Kognitivni procesi uključuju organizaciju znanja u pojedinčevu memoriju i njegovu ulogu u zadaćama poput čitanja, pisanja i rješavanja problema. Kada je pojedinac suočen sa zahtjevnim problemom, on konstruira mentalni model situacije. Taj model je organiziran oko određene tvrdnje ili teze i podržan s argumentima i dokazima. Tri vrste znanja međusobno djeluju kod razvijanja modela: deklarativno znanje koje uključuje poznavanje činjenica i koncepata, proceduralno znanje koje uključuje znanje rasuđivanja, istraživanje i prezentiranje znanja te metakogniciju koja uključuje strategije kognitivne kontrole, odnosno postavljanje ciljeva, utvrđivanje kada su potrebne dodatne informacije i procjenjivanje valjanosti istraživanja (Kurfiss, 1988). Kritičko mišljenje uključuje mentalne radnje poput: ocjenjivanja, evaluacije,

<sup>18</sup> Glaser, E. (1941). *An Experiment in the Development of Critical Thinking*. Pribavljeno 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>19</sup> Glaser, E. (1941). *An Experiment in the Development of Critical Thinking*. Pribavljeno 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

razvrstavanja, prepostavljanja, logičkog rasuđivanja, razumijevanja, percepcije odnosa između odnosa, postavljanja hipoteza, formiranja mišljenja na temelju dokaza te prosudbe na temelju jasnih kriterija (Vec i Kompare, 2006). Kritički mislilac teži korištenju i razumijevanju jezika s točnošću, preciznošću, jasnoćom i diskriminacijom<sup>20</sup> (Wade, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). U razgovoru provjerava značenja korištenih izraza, usklađuje ih sa sugovornikom i tako izbjegava moguće nesporazume (Wade, 1995, prema Vec i Kompare, 2006).

Kritičko mišljenje, kao što smo prethodno naveli, ima usku poveznicu s logikom i logičkim mišljenjem što se moglo vidjeti i kod definiranja kritičkog mišljenja. Ono uključuje sposobnost primjene neformalne logike (Grigg i Lewis, 2019). Potrebno je i poznavanje metoda logičkog istraživanja i zaključivanja te određene vještine u primjeni tih metoda.<sup>21</sup> Autori Vec i Kompare navode logičko rasuđivanje kao mentalnu radnju koju uključuje kritičko mišljenje, a također je dio logike (Vec i Kompare, 2006). Kurfiss navodi tri perspektive kritičkog mišljenja. Jedna od njih su vještine argumentiranja koje uključuju rasuđivanje i analiziranje deduktivnih i induktivnih zaključaka gdje se ponovo može vidjeti poveznica s neformalnom logikom (Kurfiss, 1988). Kada je riječ o kritičkom mišljenju u matematičkom obrazovanju ono je konceptualizirano kao isticanje logičke dosljednosti argumenata te uključuje i pozornost na neformalnu logiku i heuristiku, do mjere prepoznavanja vještina rješavanja problema s kritičkim mišljenjem (Jablonka, 2020, prema Lerman, 2020).

#### *2.4.1. Trideset i pet dimenzija kritičkog mišljenja Richarda Paula*

Richard Paul razlikuje 35 dimenzija kritičkog mišljenja. 35 dimenzija razvrstava u 3 glavne skupine: afektivne (čuvstvene) strategije, kognitivne strategije - makro-sposobnosti i kognitivne strategije - mikro-vještine (Paul, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). Autor daje malo drugačiji pogled na elemente kritičkog mišljenja. Dio elemenata se preklapa s onima drugih autora, no nudi se drugačija perspektiva i povezanost tih elemenata.

---

<sup>20</sup> Glaser, E. (1941). *An Experiment in the Development of Critical Thinking*. Pribavljeno 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

<sup>21</sup> Glaser, E. (1941). *An Experiment in the Development of Critical Thinking*. Pribavljeno 16.05.2022. sa <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

Pod afektivne strategije spadaju: autonomno mišljenje u kojem pojedinac razlikuje stvarnost od vlastitih naivnih uvjerenja, svjestan je iracionalnosti i nedostataka tih uvjerenja. Nadalje, razvoj uvida u egocentrizam, razvoj intelektualnog poštenja, istraživanje misli koje su u pozadini emocija i emocija koje su u pozadini misli, razvoj intelektualne skromnosti, razvoj intelektualne hrabrosti, razvoj intelektualnog integriteta ili povjerenja, razvoj intelektualne ustrajnosti i razvoj povjerenja u razum (Paul, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). Ovdje se vidi poveznica sa prethodnim poglavljem u pogledu objektivnosti i nedopuštanja subjektivnih elemenata na formiranje vlastitih sudova, mišljenja, stavova, itd.

Kognitivne strategije – makro-sposobnosti uključuju: promišljeno generaliziranje i izbjegavanje pojednostavljenja, uspoređivanje analognih situacija odnosno prijenos uvida i spoznaja na nova područja i u nove situacije, razvijanje vlastite perspektive, pojašnjenje rezultata, zaključaka i vjerovanja, pojašnjenje i analiza značenja riječi ili izraza, razvoj kriterijskog vrednovanja u kojem pojedinac pojašnjava vrijednosti i standarde, procjena pouzdanosti izvora informacija, postavljanje pitanja za dubinsko istraživanje teme, analiza odnosno vrednovanje argumenata, interpretacija uvjerenja ili teorija, oblikovanje i vrednovanje rješenja, analiza i vrednovanje aktivnosti i postupaka, kritičko čitanje u kojem pojedinac postavlja pitanja tokom čitanja, razmišlja o implikacijama, razlozima, primjerima, smislu i realnosti pročitanoga, kritičko slušanje odnosno umjetnost tihog dijaloga (aktivno slušanje), stvaranje poveznica među disciplina, uporaba Sokratove diskusije i dijaloško rasuđivanje (Paul, 1995, prema Vec i Kompare, 2006). Uz elemente koje su istaknuli i drugi autori, Paul se dotiče novih pojmova poput kritičkog čitanja i slušanja. Također, ističe važnost Sokratove diskusije koja se spominjala u poglavju o kritičkom mišljenju kroz povijest i dotaknula metoda majeutike i ironije kao diskusije koja provjerava pojedinčevo dotadašnje znanje te diskusije koja kroz postavljena pitanja vodi k logički dosljednom zaključku (Ćurko, 2018, prema Rifel, 2018; Buchberger, 2012).

Kognitivne strategije - mikrosposobnosti“ uključuju: usporedbu i razlikovanje idealna od stvarnih aktivnosti, razmišljanje o razmišljanju, percepcija značajnih sličnosti i razlika, istraživanje i vrednovanje pretpostavki, razlikovanje relevantnih od irrelevantnih činjenica, izvođenje vjerodostojnih zaključaka, predviđanja ili tumačenja, evaluacija razloga i navođenje činjenica,

prepoznavanje proturječnosti te istraživanje implikacija i posljedica (Paul, 1995, prema Vec i Kompare, 2006).

## **2.5. Kritičko mišljenje u školi**

Pojedinčev stil razmišljanja razvija se kroz dug period vremena. Jedan od faktora koji utječe na njihov razvoj je proces formalnog obrazovanja. Ovdje se javlja nekoliko pitanja poput „Treba li se kritičko mišljenje poučavati u školama?“ i ako da, „na koji način?“. Odgovor na prvo pitanje dolazi odgovaranjem na još jedno pitanje koje glasi „Koji je cilj obrazovanja?“. Ukoliko je cilj obrazovanja poučiti pojedince činjenicama, kritičko mišljenje nema veliku ulogu. Ukoliko je cilj obrazovanja razviti više razine rasuđivanja kako bi pojedinci mogli s lakoćom donositi odluke unutar stvarnog života, onda kritičko mišljenje ima izrazito veliku ulogu, s obzirom da je rasuđivanje nemoguće bez kritičkog mišljenja (Kurfiss, 1988). Autorice Vec i Kompare ističu da je kritičko mišljenje jedna od temeljnih kompetencija, poput čitanja i pisanja, koju bi trebalo poučavati u školama. Kritičko mišljenje nije samo jedna od odgojno-obrazovnih opcija. Ono je nužni uvjet i moralno pravo svakog učenika. Smatra se da kritičko mišljenje uvelike olakšava život pojedinca. Kritičko mišljenje nudi mu mogućnosti da samostalno donosi odluke, sudove, mišljenja, itd. i djeluje na temelju toga. Što je pojedinac uspješniji kritički mislilac, to će uspješnije prolaziti kroz život, pronaći zaposlenje i snaći se u novim i nepoznatim situacijama. Kritičko mišljenje je usmjereno na skup vještina i stajališta koje omogućuju slušatelju ili čitatelju primjenu racionalnih kriterija pri analizi govorenog ili pisanog teksta. Ta stajališta i vještine su suština tekstova o kritičkom mišljenju i kurikularnom materijalu (Vec i Kompare, 2006). Kako bi se učenike poučilo kritičkom mišljenju u procesu njihovog razvoja „treba uložiti vrijeme, trud i strpljenje“. „Kritičko mišljenje je slojevito i izazovno, njime se propituje, njime pojedinci grade sebe i svoje stavove te ono zahtjeva visoke razine apstraktnog mišljenja. Prema tome proces razvoja vještina kritičkog mišljenja nije brz ni lagan“ (Buchberger, 2013: 8).

Želja za znanjem je u samom središtu kritičkog mišljenja. Djeca dolaze na svijet znatiželjna o tome kako svijet oko njih funkcionira. Žele znati sve, zato i postavljaju toliko pitanja. Nitko ne postavlja toliko pitanja koliko postavlja malo dijete. Ono želi znati što se događa oko njega, kako se događa i zašto. Zanimaju ga uzročno-posljedične veze svakojakih pojava jer pokušava shvatiti

kako funkcioniра svijet u kojem živi. Tu radoznalost vrlo rano „ubijemo“. Pokušavamo smjestiti djecu u kalupe i učiti ih ono što mi želimo da znaju, a pritom se koristimo metodom nagrade i kazne. Time ubijamo prirodnu radoznalost djeteta i ono nema više želju učiti jer mu je sada učenje nametnuto. Učionica u kojoj je cilj educirati u slobodnim uvjetima je učionica u kojoj se najviše fokusira na kritičko mišljenje. Učenici ne mogu naučiti kritički promišljati preko noći (hooks, 2010). Bitno je da mogu naučiti kritički promišljati. Kako bi uspješno razvili kritičko mišljenje, djeca prvo trebaju zavoljeti razmišljanje. O tome govori i angažirana pedagogija koja započinje s prepostavkom da učenici najbolje uče kada postoji interaktivna veza između učenika i učitelja. Temeljeno na tome, učitelji prvo moraju saznati što učenici već znaju i što moraju naučiti. Učitelj mora uči dublje u vezu s učenikom i to na način da mora uzeti dodatnog vremena kako bi upoznao i procijenio učenika. Autorica hooks iznosi da kada je u učioniku uvela promjenu koja je uključivala upoznavanje učenika, njihovih misli, snova i želja, energija unutar učionice bila je puno pozitivnija i pogodnija za proces učenja (hooks, 2010). Brojni autori i pedagozi spominju da je izrazito bitno stvoriti pozitivno ozračje u razredu. To nije samo opcionalna stavka u funkcioniranju razreda, ono je nužno kako bi razred uspješno funkcionirao. Prvenstveno je bitno postaviti dobre temelje u razredu, a to su uspješna komunikacija, prijateljski odnosi među učenicima i s učiteljem, siguran prostor za dijeliti sve svoje misli i osjećaje, itd. Nakon toga, proces učenja smije započeti. Djeca koja se nalaze u negativnim uvjetima, nemaju želju za učenjem, već se fokusiraju na negativno ozračje u kojem se nalaze. Najmanja stvar koju učitelj može napraviti u razredu je poticati pozitivno ozračje za učenje. Na taj način djeca neće biti ometena negativnim odnosima, nesigurnim okruženjem ili neprijateljskim ponašanjem, već će se u potpunosti moći fokusirati na nastavu i učenje. Povezanost s kritičkim mišljenjem je ta da razred koji je okružen negativnim ozračjem ima lošije uvijete za učenje, a samim time im je uskraćena i mogućnost za napretkom u pogledu kritičkog mišljenja. Angažirana pedagogija uključuje i međusobno sudjelovanje, izmjenu ideja među učenicima koja formira značajnu radnu vezu između svih unutar učionice. Angažirana pedagogija podupire važnost neovisnog razmišljanja i pronalaska jedinstvenog unutarnjeg „glasa“ svakog učenika. Ona prepostavlja da svaki učenik ima vrijedan doprinos u procesu učenja (hooks, 2010). Drugi autori također ističu važnost slobodnog učenja. Bojana Markelj napisala je rad na temu razvoja kritičkog mišljenja djece od 3 do 6 godina korištenjem Montessori pedagogije. Montessori pedagogija fokusira se na osnovne zakone života poput unutarnjeg učenja, učenje od konkretnog k apstraktnom,

osjetilnosti, reda i strukture, učenja metodom pokušaja i pogrešaka, nezavisnosti, itd. Autorica ističe da je bitno da djeca materijale biraju slobodno, koriste svoje razmišljanje slobodno i rade na temelju njihove slobodne volje. Ako se poštiju ovi principi, simultani unutarnji proces odvija se unutar djetetovog uma, koji može percipirati samo oštroumni promatrač. Montessori pedagogija omogućava djetetu onoliko vremena koliko mu je potrebno da dijete izvježba i usvoji novo znanje. Centar te pedagogije je dijete koje samostalno uči i uživa u slobodi odabira na čemu će raditi ovisno o njihovom interesu (Markelj, 2018, prema Rifel, 2018). U Montessori pedagogiji učitelj upoznaje učenike s aktivnostima, promatra koje aktivnosti učenici odabiru i koji period vremena, ne upliće se, promatra odnose između učenika i njihove stavove prema odabranim aktivnostima te pomaže onima kojima je potrebna pomoć. Učitelj je zaštitar pripremljenog okruženja, medijator između djeteta i okoliša, promatrač, posrednik i usmjerivač djetetovog rada. Njegova uloga je diskretna (Markelj, 2018, prema Rifel, 2018). Javlja se pitanje kakve veze Montessori pedagogija ima s kritičkim mišljenjem. Poveznica s kritičkim mišljenjem je da učenici samostalno promišljaju i dolaze do zaključaka, manipuliraju objektima, zaključuju i ponašaju se u skladu sa zaključcima. Ukoliko učitelj pokaže kako se rješava pojedini zadatak prije nego što je dijete to samostalno učinilo i probalo, uništava djetetovu mogućnost za razvojem njegovog kritičkog mišljenja jer mu nameće svoj postupak, mišljenje, stav, itd. Učitelj ne smije dati rješenje učeniku, već ga navoditi da samostalno dolazi do zaključaka (Markelj, 2018, prema Rifel, 2018). U manje usmjerenim učionicama djeci su prezentirani problemi i oni, bez da ih vodi učitelj, stvaraju svoje, osobno smisленo rješenje. U ovom slučaju, učenici su ti koji rješavaju probleme, koristeći kritičko mišljenje i rasuđivanje kako bi razvili svoja rješenja (Stephan, 2020, prema Lerman). Primjerice, postoji igra koja uključuje kockice raznih veličina. Zadatak je složiti toranj na različite načine koristeći se danim kockicama. Pritom učenici moraju uzeti u obzir veličinu kockica i stabilnost tornja, razne načine njegovog slaganja, itd. Učenici manipuliraju materijalima (kockicama), slažu kockice te isprobavaju razne verzije tornjeva pri čemu se događa i njihovo rušenje. Na temelju rezultata, dolaze do raznih zaključaka poput onog da najmanja kockica ne smije biti na dnu, da će toranj biti najstabilniji slože li se kockice od najveće do najmanje i slično. Na temelju rezultata koje dobiju, učenici uče i djeluju (Markelj, 2018, prema Rifel, 2018). Ovo je izvanredan primjer obrade gradiva koje uključuje oblike. U Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika postoji domena koja bi se mogla obrađivati na prethodno naveden način. Domena *Oblik i prostor* zahtjeva da se steče znanje o oblicima i

međusobnim odnosima između oblika. Najbolji način za obradu ove domene je da učenici samostalno uočavaju oblike i odnose među njima i na temelju promatranja i manipuliranja objektima donose zaključke. Ovo se može postići rastavljanjem i sastavljanjem oblika nakon kojih se doneseni zaključci i tvrdnje mogu dokazivati i iskazivati crtežima i algebarskim izrazima (Kurikulum za nastavni predmet Matematika, 2019).

Knjiga *Cognitive load theory*<sup>22</sup> ističe da se kritičko mišljenje razvija od jednostavnog razgovora koji uključuje opisivanje i objašnjavanje što su napravili do argumentiranja baziranog na njihovom promatranju i eksperimentiranju. Učenici gledaju pojave i obrazlažu zašto je, po njihovom mišljenju, došlo do određene pojave. Kada djeca opravdavaju svoje odluke, počinju formirati lanac razmišljanja (Sweller, 1988, prema Grigg i Lewis, 2019).

Ljudi koji razmišljaju kritički često koriste analogije i metafore u njihovom objašnjavanju kako bi slušatelju pomogli shvatiti ključnu poruku. Igre analogija pomažu u razvijanju kritičkog mišljenja. Analogija se odnosi na sličnosti između dva pojma, odnosno na usporedbu dvije različite stvari koje se rastavljaju na dijelove kako bi se vidjela njihova poveznica.<sup>23</sup> Analogije poput: „Pero je ptici kao što je krvno psu“. Ove igre mogu biti prilagođene za uzrast djece mlađe školske dobi. Igre mogu uključivati spajanje veza između riječi, pojmove, životinja, stvari, itd. Primjerice, u kutiju se mogu postaviti papirići na kojima se nalaze razni pojmovi. Djeca moraju izvući dva papirića, pročitati pojам na njima i međusobno ih usporediti, odnosno navesti sličnosti i razlike između ta dva pojma (Grigg i Lewis, 2019).

Osoba koja razmišlja kritički je ona koja evaluira i daje jasne, racionalne sudove. To uključuje stjecanje čvrstih dokaza u formiranju informiranih odluka. Kritički sudovi bi trebali biti bazirani na jasnim kriterijima. Primjerice, kako kritički prosuditi svoj rad? Na temelju jasno navedenih kriterija procjenjuje se jesu li svi traženi elementi u radu zastupljeni, nedostaje li nešto, itd. Na temelju toga donosi se sud o svojem radu. Potrebno je biti objektivan i fokusirati se na navedene kriterije, a ne donijeti sud uplitanjem emocija ili drugih vanjskih čimbenika (Grigg i Lewis, 2019). Jasno je da u kritičko mišljenje spada i samoevaluacija. Samoevaluacija je izrazito bitna za rad učenika jer stvara objektivnost prema vlastitom radu. Sagledava ga se iz drugačije perspektive (perspektive učitelja) što mu omogućuje da dobivenu ocjenu shvati kao zaslужenu,

---

<sup>22</sup> Grigg, R., Lewis, H. (2019). Teaching creative and critical thinking in schools.

<sup>23</sup> Hrvatska enciklopedija. Pribavljeno 15.08.2022. sa <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=2471>

odnosno kao produkt svojeg rada. Fokus logike je usmjeren prema suzbijanju subjektivnih elemenata iz zaključaka, što je u samom središtu deduktivnog zaključivanja. Potpomognuto vrijednosti racionalizma i objektivnosti, rasuđivanje s naglaskom na logički zaključak protivi se intuiciji i prosvjetljenju kao izvoru znanja i smatra se protutežom slijepih navika, dogmatizma i oportunizma (Pascarella i Terenzini, 1991, prema Lerman, 2020). *Teorija kognitivnog opterećenja* psihologa Johna Swellera ističe da jako mlada djeca mogu koristiti induktivno i deduktivno zaključivanje koje je usko povezano s kritičkim mišljenjem (Sweller, 1988, prema Grigg i Lewis, 2019). Brojna istraživanja pokazuju da s praksom, odnosno vježbanjem izbacivanja subjektivnih elemenata u donošenju zaključaka, učenici mogu poboljšati vještine kritičkog mišljenja u ovom području i donositi objektivne sudove (Pascarella i Terenzini, 1991, prema Lerman, 2020).

Kritičko razmišljajući razred razlikuje se od tradicionalnog razreda po tome što učenici aktivno sudjeluju u nastavnom procesu, rješavaju probleme, uče terminologiju s područja kritičkog mišljenja, razmišljaju o kvaliteti vlastitog mišljenja i savjesno i planski ga razvijaju, postavljaju pitanja, istražuju različite izvore, identificiraju i istražuju vlastite pretpostavke o razmatranim pojavama te istražuju alternativne putove razmišljanja (Vec i Kompare, 2006). Uključivanje kritičkog mišljenja u nastavu uključuje: sposobnosti pojašnjavanja pitanja, termina i pretpostavki, procjenjivanje vjerodostojnosti izvora, logičko rasuđivanje i otkrivanje ili korištenje uvjerljivih strategija (Kurfiss, 1988).

Pogleda li se poglavlje koje govori o elementima kritičkog mišljenja i poglavlje koje govori o kritičkom mišljenju u školi, pronaći će se velik broj poveznica unutar teksta. Samoevaluacija, odnosno prosudba na temelju jasnih kriterija, sposobnost nadgledanja i procjenjivanja vlastitog razumijevanja informacija te sposobnost usmjeravanja vlastitog mišljenja k ispravnosti spominje se kao bitna u razvoju kritičkog mišljenja u školi (Buchberger, 2012; Grigg i Lewis, 2019; Vec i Kompare, 2006). Također, rješavanje problema, evaluacija, donošenje sudova, argumentiranje, zaključivanje, itd. elementi su kritičkog mišljenja koji su spomenuti kao nužni u kritičko razmišljajućem razredu. Dalo bi se zaključiti da će kritički razmišljajući razred biti onaj u kojemu se koriste elementi kritičkog mišljenja. Kako bi se poticao razvoj kritičkog mišljenja u školi, potrebno je poticati njegove elemente, odnosno ukomponirati ih u nastavni proces.

## **2.6. Poučavanje kritičkog mišljenja u školi**

### *2.6.1. Pristup k poučavanju kritičkog mišljenja autora Vec i Kompare*

Jedan od pristupa k poučavanju kritičkog mišljenja autora Vec i Kompare dijeli se u četiri skupine: a) opći, b) infuzija (lijevanje, dodavanje), c) uranjanje, d) mješoviti.

- a) Opći pristup uključuje poučavanje principa kritičkog mišljenja kao posebne jedinice učenja odnosno kao posebnog predmeta. Poučavanje općih vještina kritičkog mišljenja pretpostavlja da učenik ima potencijal prenijeti opća načela u druga područja svog života i da postoje specifična znanja iz drugih područja.
- b) Pristup koji se naziva „infuzija“ uključuje promicanje učenja kritičkog mišljenja unutar nekog područja, s evidentnim načelima kritičkog mišljenja.
- c) Pristup koji se naziva „uranjanje“ je sličan „infuziji“ samo što principi kritičkog mišljenja nisu evidentni.
- d) Mješoviti pristup učenja kritičkog mišljenja je kombinacija općeg pristupa s „infuzijom“ ili „uranjanjem“ (Vec i Kompare, 2006).

### *2.6.2. Poučavanje osam vještina kritičnog mislioca*

Carole Wade autorica je koja je vještine kritičkog mišljenja podijelila u osam skupina, odnosno izdvojila je osam vještina kritičkog mislioca prema kojima bi učitelj trebao oblikovati svoj nastavni sat. Osam vještina kritičkog mišljenja uključuje: stav za postavljanje pitanja, definiranje pojmoveva i problema, istraživanje dokaza za pojedinačno objašnjenje, analiziranje prepostavki i stavova u pojedinačnim zaključcima, izbjegavanje emotivnog zaključivanja, izbjegavanje pretjeranog pojednostavlјivanja, toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojava i dopuštanje nedorečenosti odnosno otvorenost. Autorica je objasnila što spada pod svaku vještinu i na koji način učitelj može poticati pojedinu vještinu kod učenika.

#### 1. Stav za postavljanje pitanja i istraživanje

Kritički mislilac konstantno postavlja pitanja i problematizira gradivo koje se uči. Učitelj ga u tome podupire i potiče da što češće postavlja pitanja. Primjerice, prije obrade teme postavlja

pitanja poput „Što vas zanima, a vezano je uz ovu temu?“, „Što bismo mogli istražiti?“, „Koje znanje bi nam moglo koristiti?“. Tijekom obrade teme se također potiče učenike da postavljaju što veći broj pitanja i to različitih vrsta pitanja. Nakon obrade gradiva potičemo učenike da si postavljaju istraživačka pitanja na temelju znanja koje su dobili pri obradi određene teme, pitanja koja su ostala neodgovorena, što ih i dalje zanima, a vezano je uz ovo gradivo. Također, povezivati ovo gradivo s drugim gradivom, odnosno postavljati učenicima pitanja koja uključuju pronalazak dijelova gradiva koji ga povezuju s nekim drugim gradivom.

2. Definiranje pojmove i problema - kritički mislilac u razgovoru provjerava značenja korištenih izraza, usklađuje ih sa sugovornikom i tako izbjegava moguće nesporazume. Teži jasnoj i preciznoj upotrebi jezika i što većoj točnosti u prepoznavanju problema. Kako bi učitelj omogućio učeniku učenje te vještine mora podučavati jasno i točno upotrebljavanje jezika, problematizirati viđeno i pročitano i na temelju toga oblikovati problemska pitanja, skretati pozornost na nejasnoće u izražavanju učenika i pozivati ih da isprave greške, omogućivati učenicima da prepoznaju probleme i usmjeravati ih na jasnoću i preciznost, usmjeravati ih na razjašnjavanje nejasnih pojmove i nejasnoća u razgovoru, pozivati na oblikovanje različitih definicija pojedinih pojmove, njihovu međusobnu usporedbu i istraživanje posljedica njihove uporabe, usmjeravati ih na istraživanje vlastitih, često naivnih, definicija profesionalnih pojmove, itd.

3. Istražuje dokaze za pojedinačno objašnjenje – kritički mislilac je svjestan da za pojedine događaje i pojave postoje različita objašnjenja. Neka rješenja su bolje, a neka slabije provjerena. Postoje ona koja su snažno prisutna i utemeljena, ali su empirijski neprovjerena, pa nisu nužno valjana. Naravno, treba uzeti u obzir da postoje rješenja koja su empirijski neprovjerena, ali ne nužno nevaljana. Primjer takvih znanosti su matematika i fizika. Postoje dijelovi tih znanosti koji su empirijski neprovjereni, ali svejedno se smatraju valjanima. Posebno se matematičke tvrdnje smatraju valjanima ako su logički valjane, što sigurno ne ovisi o empiriji. Kritički mislilac razlikuje činjenice, tumačenja, uvjerenja, neutemeljena uvjerenja i empirijski utemeljena, znanstvena objašnjenja. Kako bi učeniku omogućio razvoj ove vještine, učitelj mora: davati raznovrsno tekstualno gradivo u kojem se traže dokazi za ili protiv određene teze, učenik predviđa kako bi mogao dokazati ili opovrgnuti valjanost određene hipoteze, razmatra osobnu i društvenu ulogu pridržavanja određenih uvjerenja.

4. Analizira prepostavke i stavove u pojedinačnim zaključcima - kritički mislilac je pozoran na implicitna uvjerenja ili premise na kojima se temelje pojedinačne odluke, kako vlastite tako i odluke drugih ljudi. Istražuje i osvješćuje neizrečeno, ono što se obično automatski prihvata odnosno ono u što se automatski vjeruje, i to tematizira, sumnja, propituje. Učitelj potiče učenje te vještine kada: modelira analiziranje prepostavki koje se temelje na tvrdnjama, tekstovima, izjavama sugovornika, itd., učenika pouči o tome što su prepostavke i o njihovoj ulozi, učenika što češće poziva da razmisli o prepostavkama koje stoje iza pojedinačnih zaključaka. Primjerice, na kojim premisama su zasnovane pojedine teorijske perspektive, iz kojih teorijskih perspektiva autor razvija svoje ideje, itd.

5. Izbjegavanje emocionalnog zaključivanja – kritički mislilac razlikuje emocionalni aspekt ili predanost nekoj ideji, sviđanje od razumnog pogleda, valjanosti, stvarnosti ideje. Učitelj podupire učenje te ideje kada: modelira razumno rasuđivanje i izbjegavanje emocionalnog zaključivanja, pojasni pojam emocionalno zaključivanje i da primjere, usmjerava učenike u analizu kvalitete argumenata u korist pojedinačnih zahtjeva, usmjerava učenike u podizanje svijesti o vlastitom emocionalnom doživljaju u odnosu na pojedinačnu ideju, usmjerava učenike k istraživanju mogućih motiva za isticanje pojedine ideje. Naravno, bitno je izbjegavati emocionalni aspekt kod zaključivanja, no s druge strane bitno je poticati emocionalno prihvatanje u razredu. Također, učiti učenike ravnopravnosti i pravednosti te da je potrebno biti tolerantan i uvažavati sve učenike, iako im se možda mišljenja razlikuju od njihovog.

6. Izbjegavanje pretjeranog pojednostavljenja – kritički mislilac je svjestan težnje pretjeranom pojednostavljenju, tj. crno-bijelom shvaćanju svijeta ili generalizaciji na temelju nedovoljnih ili nereprezentativnih informacija. Preispituje adekvatnost tvrdnji i zaključaka, vrednuje ih, procjenjuje njihovu utemeljenost te izbjegava pojednostavljenja. Učitelj potiče učenje te vještine na način da: modelira misaoni proces koji teži pojednostavljenju, učenike upoznaje s pretjeranim pojednostavljinjem kao jednom od temeljnih težnji pojedinca, usmjerava učenike u ispitivanje kvalitete dokazanog gradiva za ili protiv pojedine tvrdnje, usmjerava učenike na opravdavanje vlastitih zaključaka i osvještavanje pojednostavljenja u njima. S jedne strane, pretjerano pojednostavljinje nije dobro, ali s druge strane pojednostavljinje može uključivati uočavanje bitnog, što je također bitna sposobnost. Bitno je razlikovati važne od nevažnih informacija i isticati ih kao takve.

7. Toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojava – kritički mislilac svjestan je da pojedinac uvijek tumači događaje iz neke perspektive, na temelju više ili manje svjesnih prepostavki. Zna da je na isti događaj moguće gledati iz različitih kutova i da je njegovo tumačenje odnosno interpretacija je samo jedna od mogućih. svjestan je relativnosti i da se razmišljanje uvijek odvija unutar određene perspektive. Učitelj potiče učenje te vještine kada: modelira toleranciju i poštivanje prema različitim interpretacijama, učenike češće poziva na navođenje alternativnih interpretacija ili hipoteza u problemskim situacijama, učenike traži da analiziraju perspektive različitih autora.
8. Dopuštanje nedorečenosti, otvorenost – kritički mislilac u većoj mjeri pristaje na nedorečenost, otvorenost, nejasnost, kompleksnost. U većoj mjeri prihvaca situacije u kojima u nekom trenutku ne postoji konačni odgovor. Pristaje da ne postoji definitivno, potpuno objašnjenje za određeni fenomen (znanje nikad nije savršeno, konačno, apsolutno). Učitelj potiče učenje ove vještine kada: modelira pristajanje na nejasnost, beskonačnost, trenutnu nerješivost situacije, neposredno upozorava učenika na nedorečenost, kontekstualnu uvjetovanost, kompleksnost ili beskonačnost rješenja, poziva na istraživanje otvorenih pitanja ili problema u tekstovima, teorijama, istraživanjima. Ovo se može poticati zadacima otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se bira koje koristiti, itd. (Wade, 1995, prema Vec i Kompare, 2006).

## **2.7. Kritičko mišljenje u kurikulumu**

Pogleda li se u kurikulum bilo kojeg nastavnog predmeta, pronaći će se dio koji govori o kritičkom mišljenju. *Kurikulum nastavnog predmeta Hrvatski jezik* navodi kritičko mišljenje u kontekstu tekstova hrvatske i svjetske književnosti na temelju kojih se formira kritičko mišljenje. Također, spominje se kritičko slušanje i čitanje, kritičko vrednovanje i procjena u svrhu razvijanja pojedinca koji će na temelju stečenih znanja, iskustva, pročitanih djela formirati kritički stav i biti sposoban kritički promišljati o djelima vezanim uz književnost (*Kurikulum nastavnog predmeta Hrvatski jezik*, 2019). U *Kurikulumu nastavnog predmeta Priroda i društvo* smatra se da učenje nastavnog predmeta Priroda i društvo potiče kritičko mišljenje. Kao jedan od ciljeva predmeta navodi se da će učenik moći „kritički promišljati o pitanjima iz svakodnevnog

života“ (*Kurikulum nastavnog predmeta Priroda i društvo*, 2019). U razvijanju kritičkog mišljenja, posebno se ističe istraživački pristup koji učeniku omogućuje samostalno donošenje odluka na temelju promatranja, argumentiranja i kritičkog razmatranja. Također, ističe se da aktivna uloga učenika u nastavnom procesu i integracija sadržaja unutar predmeta doprinosi njegovom razvoju kritičkog mišljenja (*Kurikulum nastavnog predmeta Priroda i društvo*, 2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Likovna kultura* dotiče se pojma kritičko mišljenje u kontekstu kritike likovnog djela. Kao cilj nastavnog predmeta Likovna kultura, ističe se: „razvijati kritičko mišljenje, stavove i vrijednosti uspostavljanjem aktivnoga i propitujućeg odnosa prema okolini i likovnomu stvaralaštvu“ (*Kurikulum nastavnog predmeta Likovna kultura*, 2019). Kroz analizu likovnih djela, nastoji se razviti učenikovo kritičko mišljenje koje se temelji na promatranju djela i iznošenju argumentiranih stavova. U *Kurikulumu nastavnog predmeta Likovna kultura* nalazi se domena koja je fokusirana na kritičko mišljenje, a to je domena Doživljaj i kritički stav kojoj je cilj formiranje učenikovog stajališta u odnosu na likovnu kulturu i njezina djela i kreiranje učenikovog „ukusa“. Učenik razvija „ukus“ o likovnim djelima na temelju promatranja, analize i drugih stavki koje djelo uključuje te na temelju njega može analizirati djela i donositi argumentirane stavove o njemu (*Kurikulum nastavnog predmeta Likovna kultura*, 2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Tjelesna i zdravstvena kultura* navodi kritičko mišljenje prema tjelesnom vježbanju kojim bi se trebao stvoriti pozitivan stav „prema tjelesnom vježbanju te usvajanju i praćenju zdravstvenih, higijenskih i ekoloških navika te navika svakodnevnoga tjelesnog vježbanja“ (*Kurikulum nastavnog predmeta Tjelesna i zdravstvena kultura*, 2019). Kritičkim mišljenjem trebalo bi se potaknuti pojedinca na pridržavanje zdravih navika o higijeni, prehrani i tjelesnoj aktivnosti, a ono se stječe na temelju znanja o pozitivnim učincima prehrane i tjelesne aktivnosti na zdravlje čovjeka. Također, kritičko mišljenje se spominje kao potrebno u uspješnom izvođenju grupnih sportova, gdje uspješnije prolaze igrači koji u svojoj igri kritički promišljaju. Primjerice, kritičkim mišljenjem može se jako podignuti razina nogometne igre. Igrači moraju kritički promišljati o strategiji tima, ali i pojedinačnih poteza, kako bi ishod bio uspješan za njihov tim. Primjerice, potrebno je uočavati koji igrač suparničkog tima tog dana nije na razini, gdje se otvaraju prilike, kome u datom trenutku dodati loptu i slično (*Kurikulum nastavnog predmeta Tjelesna i zdravstvena kultura*, 2019). U *Kurikulumu nastavnog predmeta Glazbena kultura* kritičko mišljenje se spominje kao jedan od odgojno-obrazovnih ciljeva predmeta. Odnosno, predmetom Glazbena kultura, potrebno je „potaknuti razvijanje glazbenoga

ukusa i kritičkoga mišljenja“ (*Kurikulum nastavnog predmeta Glazbena kultura*, 2019). Nastoje se formirati određene glazbene percepcije i na temelju njih formirati „kvalitetni“ glazbeni ukus koji je zasnovan na kritičkom mišljenju. Učenik kritički sluša, doživljava i vrednuje glazbu čime se razvija njegov pogled na glazbu, ali i potiče kritičko mišljenje (*Kurikulum nastavnog predmeta Glazbena kultura*, 2019). U *Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika* na više mesta možemo uočiti pojam kritičkog mišljenja. U svrsi i opisu predmeta navedeno je da učenjem i poučavanjem predmeta Matematika potičemo, uz ostale kompetencije, „kritičko promišljanje koje pomaže pri uočavanju i rješavanju problema iz svakodnevice i društvenoga okružja.“ (*Kurikulum za nastavni predmet Matematika*, 2019). Također, u ciljevima poučavanja predmeta iznosi se da će učenici na temelju „usvojenih matematičkih znanja, vještina i procesa“ moći „samostalno i u suradničkome okružju matematički rasuđivati“ kritičkim promišljanjem (*Kurikulum za nastavni predmet Matematika*, 2019). Vidi se i da je kritičko mišljenje izrazito korisna kompetencija koju je nužno steći. U kurikulu se navodi da „Logičko, kritičko i proceduralno mišljenje, razvijeno učenjem i poučavanjem matematike, postat će alat kojim će se služiti u svim aspektima života i rada za svoju korist i zadovoljstvo, svoje obitelji, ali i cijele zajednice.“ U *Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika* ne nalazimo pojam kritičkog mišljenja ukomponiran među sadržaje predmeta, odnosno ne možemo vidjeti koji sadržaji su optimalni za razvoj kritičkog mišljenja, niti na koji način je potrebno poučavati gradivo *Matematike* kako bi razvoj kritičkog mišljenja bio maksimalan. Pojam kritičkog mišljenja pronalazimo u povezanosti matematike s drugim predmetima i međupredmetnim temama. Odnosno, ističe se da „pri proučavanju raznih društvenih, geografskih i povijesnih pojava, procesa i struktura, učenici komuniciraju koristeći se različitim prikazima, provode istraživanja i analize, tumače statističke i druge podatke iz raznih izvora što pridonosi njihovu kritičkomu razmišljanju te mišljenju, razumijevanju i predviđanju društvenih promjena.“ (*Kurikulum za nastavni predmet Matematika*, 2019). Ovdje se može zaključiti da komunikacija u koju su uključeni različiti prikazi, istraživanja, analize i tumačenje podataka razvija kritičko mišljenje. Analizom *Kurikuluma nastavnog predmeta Matematika*, vidi se da autori smatraju kritičko mišljenje važnom kompetencijom koja se razvija nastavnim predmetom, no ne postoji točno naznačen dio koji govori o načinu razvijanja kritičkog mišljenja u nastavi (*Kurikulum za nastavni predmet Matematika*, 2019).

### **3. LOGIČKO MIŠLJENJE**

Logika je pojam koji se često spominje u svakodnevici. Često se spominje logičnost postupaka, zaključaka, razmišljanja, posljedica, itd. Čak se i u nazivu brojnih znanosti te grana znanosti, poput „metodologija“, „morfologija“, „geologija“, „biologija“ itd., nalazi nastavak „-logija“ koji dolazi od iste riječi kao i logika (Kovač, 1994). Etimološki, logika dolazi od grčke riječi „logos“ što znači misao ili razum.<sup>24</sup> To bi značilo da je logika izrazito bitan element u tim znanostima. Logikom se koristi svakodnevno kako bi se uspješno savladale prepreke u pojedinčevom životu, ali i olakšao život. Nadovezujući se na pojam logike, dolazi se do još jednog pojma, a to je logičko mišljenje. Logičko mišljenje je vještina koja nam je potrebna za svakodnevno snalaženje u ovom „modernom“ svijetu. Izrazito velik broj naših odluka i misaonih procesa se baziraju na logici. Često koristimo logičko mišljenje bez svijesti da se radi o logičkom mišljenju. Nameće se pitanje što je to logičko mišljenje, kako se ono razvija te kako ga razviti kod djece mlađe školske dobi. U Kovačevom Priručniku (Kovač, 2004: 4) može se pronaći sljedeća rečenica: „Želimo pridonijeti tomu da se naraštaji koje odgajamo ne daju zarobiti sebičnim interesima i prohtjevima, nego da se uzmognu uzdići do općega i ponijeti u sebi stalan osjećaj za vrednote – za dobro, istinu, slobodu – da znadu u sebi očuvati principijelnost i dosljednost“ (Kovač, 2004: 4). Ova rečenica govori zašto bi se logika trebala poučavati u školama i koji bi trebao biti njezin ishod. Učitelji imaju veliku ulogu u oblikovanju pojedinčevih pogleda na svijet, osobina, načina razmišljanja, itd. Logika i logičko mišljenje pomaže da se pojedinac razvije u „dobru“ osobu koja će se ponašati u skladu s time. Kako bi se došlo do odgovora na pitanje kako poučavati logičko mišljenje u školama, treba se prvo odgovoriti na pitanje što je to logičko mišljenje, što sve spada pod njega te zašto je bitan njegov razvoj. Krenut ćemo od intuitivnog definiranja pojma logičkog mišljenja.

#### **3.1. Definiranje pojma logičko mišljenje**

##### *3.1.1. Logika*

---

<sup>24</sup> Goddiess, S. (2021., 4. ožujka). What are logical thinking skills? Pribavljeno 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/logical-skills/>

Ne može se definirati pojam logičkog mišljenja bez da se pritom ne dotakne pojma logike. Logika je znanost o proučavanju načela rasuđivanja. Stavlja se fokus na to kako bi ljudi trebali rasuđivati kako bi osigurali istinu u njihovim zaključcima, a ne kako ljudi zapravo rasuđuju (Smith, 2003). Logika nije empirijska, već je formalna znanost. Bavi se valjanim rasuđivanjem, odnosno formama valjanih zaključaka. Logika ukazuje kako bi se trebalo razmišljati i rasuđivati (Van Cleave, 2016). Pod „načela rasuđivanja“ misli se na ona koja vode k ispravnom, odnosno istinitom rasuđivanju (Smith, 2003). Pogleda li se u rječnik engleskog jezika Oxford vidjet će se da je logika definirana kao način razmišljanja ili objašnjavanja nečega (Oxford, 2022). Ova definicija nije najbolje objasnila pojam logike, odnosno nedostaje ono što čini srž logike. Cambridge rječnik nudi nešto detaljniju i „kvalitetniju“ definiciju. Podudara se s definicijom Oxforda u pogledu da je logika vrsta razmišljanja, no nadograđuje ju i navodi koja je to vrsta razmišljanja. Logika je način razmišljanja koji uključuje rasuđivanje i temelji se na „dobroj“ prosudbi.<sup>25</sup> Enciklopedija Britannica također definira logiku kao proučavanje ispravnog rasuđivanja, ali nadodaje da je produkt rasuđivanja donošenje zaključaka.<sup>26</sup> Nadalje, logika se smatra znanosću i umjetnošću pronalaženja istine, koja uči točno razumjeti. Ona je disciplina, koja kroz norme i tehnike, nastoji utvrditi je li neko znanje legitimno (Guevara i suradnici, 2021). Logikom se uči „pravilno“ zaključivati, osvijestiti pogreške kod zaključivanja te primijeniti metode provjeravanja valjanosti zaključaka. Učenjem logike se uči bolje misliti, razvija se pojedinčeva kvaliteta mišljenja i donošenja zaključaka na temelju valjanih sudova.<sup>27</sup> Logikom se uči priroda argumenata i kako razlikovati „dobre“ i „loše“ argumente (Van Cleave, 2016). Argumenti, u logici, su razlozi koji podržavaju zaključak.<sup>28</sup> Odnosno, oni su razlog ili razlozi zašto se podupire ili suprotstavlja pojedinoj ideji ili prijedlogu. Također, oni uključuju i proces objašnjavanja tih razloga te se nekad cijela forma zaključivanja nazivala argumentom.<sup>29</sup> S druge strane javlja se pojam zaključka kao izrazito relevantan kada je riječ o logici. Argument i zaključak nisu sinonimi niti istoznačni pojmovi, iako se ponekad i zakljčak koristi kao naziv za cijel formu zaključivanja (Kovač, 1994: 59). Zaključak je finalni produkt koji slijedi iz onog što

<sup>25</sup> Cambridge Academic Content Dictionary. Pribavlјeno 16.08.2022. sa <https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/logic>

<sup>26</sup> Encyclopedia Britannica. Pribavlјeno 16.08.2022. sa <https://www.britannica.com/topic/logic>

<sup>27</sup> Goddiess, S. (2021., 4. ožujka). What are logical thinking skills? Pribavlјeno 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/logical-skills/>

<sup>28</sup> Encyclopedia Britannica. Pribavlјeno 16.08.2022. sa <https://www.britannica.com/topic/argument-logic>

<sup>29</sup> Cambridge Academic Content Dictionary. Pribavlјeno 16.08.2022. sa <https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/argument>

nam je poznato, sudova, činjenica, itd. „Zaključak je logički oblik pomoću kojeg jedan sud proistječe iz drugih, od njega različitih sudova“ (Kovač, 1994: 59). Argument je ono što služi kako bi se opravdao pojedini zaključak. Logika je sistem kojemu je cilj izvlačenje razumnih neospornih zaključaka baziranih na danim informacijama. Ovo bi značilo da je cilj logike utvrđivanje načina donošenja zaključaka iz početnih podataka, i to ispravnih, valjanih zaključaka.<sup>30</sup> Rasuđivanje je postupak donošenja zaključaka, a logika se u najvećoj mjeri bavi donošenjem zaključaka iz početnih pretpostavki(Smith, 2003). Pretpostavke još nazivamo premisama, a zaključak još nazivamo konkluzijom.<sup>31</sup> Zaključuje se na temelju dokaza i obrazloženja, odnosno postupcima oko kojih se svi absolutno slažemo da su „logični“, valjani.<sup>32</sup> Tako se logika upravo bavi valjanim formama zaključivanja, gdje je cilj identificirati formu, a ne razmatrati pojedinačne slučajeve izvođenja konkretnog zaključka iz konkretnih pretpostavki.

Jedan od poznatijih primjera za donošenje zaključaka na temelju premisa je sljedeći:

Premisa 1: „Svi ljudi su smrtni.“

Premisa 2: „Sokrat je čovjek.“

Zaključak: „Sokrat je smrtan.“

Iz premisa za koje se zna da su istinite „Svi ljudi su smrtni“ i „Sokrat je čovjek“, logičkim zaključivanjem došlo se do konkluzije o Sokratovoj smrtnosti. S obzirom na to da je Sokrat čovjek, a zna se da su svi ljudi smrtni, može se zaključiti da i Sokrat mora biti smrtan. Naravno, kako bi zaključak bio istinit, premise bi trebale biti povezane s njime (Teller, 1989, prema Smith, 2003). Pritom premise i zaključci mogu biti istine i laži. Logika ne ulazi u prirodu tvrdnji kojima manipulira, već ju zanima ispravno, valjano zaključivanje. Valjanost je jedan od važnijih koncepata u logici. Valjani argument je onaj čiji zaključak nikako ne može biti lažan, ako su premise istinite. Drugim riječima, valjani argument je argument u kojemu, ako su premise istinite, zaključak mora biti istinit (Van Cleave, 2016). Teller (1989, prema Smith, 2003) daje sljedeće primjere:

<sup>30</sup> Carnevale, j., Fonseca, L. (2021). *Logic Definition, Examples & Types*. Pribavljen 21.05.2022. sa <https://study.com/learn/lesson/logic-examples-types.html>

<sup>31</sup> *Zaključak*. Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje. Leksikografski zavod Miroslav Krleža (2021). Pribavljen 23.7.2022 <https://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=66756>

<sup>32</sup> Goddiess, S. (2021., 4. ožujka). What are logical thinking skills? Pribavljen 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/logical-skills/>

Primjer 1:

Premisa 1: „Adam je dobio pet na ispitu.“

Premisa 2: „Bilo tko dobije pet na ispitu, pokazuje emociju sreće.“

Zaključak: „Adam je sretan.“

Primjer 2:

Premisa 1: „Adam se puno smijao danas.“

Premisa 2: „Adam se nije niti jedanput namrštilo danas.“

Premisa 3: „Adam je danas rekao puno lijepih riječi drugima, a niti jednu ružnu.“

Zaključak: „Adam je danas sretan“

U primjeru 1, pretpostavimo li da su premise istinite, argumenti logički nalažu da je i konkluzija istinita. U primjeru 2 premise imaju drugačiji odnos sa donesenim zaključkom. Ukoliko su sve premise istinite, to ne mora nužno značiti da će i zaključak biti istinit. Premise ne isključuju mogućnost da se Adam primjerice samo pretvarao da je sretan. Na ovom primjeru može se vidjeti razlika između valjanog deduktivnog zaključka i onog što Smith (2003) naziva dobrim induktivnim zaključkom. Valjani deduktivni zaključak je zaključak u kojem je zaključak istinit ukoliko su premise istinite. Dobri induktivni zaključak (Smith, 2003) je zaključak u kojem premise pružaju dobre razloge za vjerovanje u valjan zaključak, no zaključak i dalje može biti neistinit iako su premise istinite (Smith, 2003).

Logika je izrazito široko područje proučavanja valjanih formi zaključivanja. Tako ćemo u logici, odnosno raznim logikama, zaključak o Sokratu:

Premisa 1: „Svi ljudi su smrtni.“

Premisa 2: „Sokrat je čovjek.“

Zaključak: „Sokrat je smrtan.“

možda promatrati kao formu:

P: Svi LJ su S.

P: Neki Č je LJ.

---

Z: Neki Č je S.

što kraće možemo zapisati kao:

Č ⇒ S

Č

---

S

gdje zapravo uvijek kada vrijedi Č, odnosno Čovjek, vrijedi i da je S, odnosno Smrtan, gdje se „izgubio“ Sokrat kao pojedini, konkretni Č. Možda ćemo htjeti preciznije gornje prikazati kao općenitiju, izražajniju formu:

∀ x Č(x) → S(x)

Č (Sokrat)

---

S (Sokrat)

koja nam upravo opisuje da svatko za koga vrijedi da je čovjek, vrijedi i da je smrtan. Za Sokrata vrijedi da je čovjek. Dakle, za njega vrijedi da je smrtan.

Također, ta forma može opisivati i nešto drugo. Primjerice, da je svaki ljubitelj čokolade ujedno i ljubitelj slatkog. Za nekog Sokrata poznato je da je ljubitelj čokolade. Dakle, taj Sokrat je ujedno i ljubitelj slatkog.

Složit ćemo se da smo na dobrom tragu razmišljanja kako zapisivati forme i na općenitijoj razini razmišljati koje forme opisuju valjano zaključivanje, a koje ne. Tim kompleksnim područjem bavi se logika, a za potrebe ovog rada otišli bismo u prevelike širine da to u detalje raspisujemo. Također, iz istog razloga uvedene logičke veznike te različite izražajnosti logike nećemo dalje objašnjavati.

Većina ljudi koristi neki oblik logike svakodnevno, jer je ona način na koji rasuđujemo i formiramo argumente u danom momentu, što onda zovemo neformalnom logikom. Neformalno, baš kao i formalno, možemo zaključke donositi deduktivno i induktivno. Pritom je deduktivni

zaključak onaj koji se odnosi na zaključivanje s općih tvrdnji na pojedinačne, dok je induktivno zaključivanje ono kojim ih pojedinačnih tvrdnji i slučajeva donosimo generalizirani zaključak. Matematika je u najvećoj mjeri deduktivna znanost i logičko zaključivanje kojim se koristimo u dokazivanju u matematici je deduktivno. Induktivno zaključivanje je zaključivanje prema izglednoj pretpostavci kao konkluziji. U većini znanosti do znanstvenog postignuća dolazi se upravo induktivnim razmišljanjem, ono je nužno za izlazak iz postojećeg okvira i dosezanje novog.

### 3.1.2. Logičko mišljenje

U priručniku Ive Buchberger logika se smatra filozofskom disciplinom čiji je zadatak učenje pravilnog mišljenja (Buchberger, 2012). Pogledaju li se definicije rječnika *Oxford* i autorice Buchberger, vidjet će se da se navedene definicije podosta podudaraju s onima kritičkog mišljenja i nije vidljiva jasna razlika između logičkog i kritičkog mišljenja. Jasna je velika povezanost dvaju mišljenja, no svakako ne označavaju pojmove koji su značenjem jednaki. Logičko mišljenje je, poput kritičkog, definirano na razne načine. Logičko mišljenje je proces promatranja, analize i donošenje zaključaka temeljenih na promatranjima i analizi. Jednostavnije se može reći da je logičko mišljenje korištenje činjenica i dokaza u formiranju zaključaka ili rješenja (Goddiess, 2021). Nadalje, logičko mišljenje se definira kao mišljenje koje pojedinac koristi kada želi znati uzrok iza pojedinog problema, odnosno povezanost između uzroka i posljedice. To je individualna mentalna aktivnost kojoj je cilj donošenje odluka ili donošenje rješenja na pojedini problem, i to je proces kojem je cilj postići rezultate poznavanjem specifičnih informacija (Ameer i suradnici, 2021). Autorica Buchberger navodi kako bi logičko mišljenje bilo uspješno korištenje logike u svojem mišljenju i donošenju odluka (Buchberger, 2012). Autorica Goddiess navodi kako upravo nije dovoljno definirati logičko mišljenje kao korištenje logike u procesu mišljenja. Logika i logičko mišljenje uključuju razne forme i vrste. Ono uključuje formalnu, neformalnu i matematičku logiku kao zasebnu matematičku granu odnosno teoriju te induktivno i deduktivno zaključivanje.<sup>33</sup> Logičko mišljenje je metoda razmišljanja koja koristi logiku ili analizu informacija kako bi evaluirala situaciju. Logičko mišljenje uključuje razmišljanje na jedan discipliniran način koji pomaže pojedincu koji se

---

<sup>33</sup> Goddiess, S. (2021., 4. ožujka). *What are logical thinking skills?* Pribavljen 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/logical-skills/>

svakodnevno susreće sa situacijama u kojim mora utvrditi što se događa i zašto. Promatranje i analiza svih činjenica i scenarija može pomoći da se dođe do dobrog zaključka, a to je ukratko logičko mišljenje. Logičko mišljenje uključuje procjenu činjenica kako bi se došlo do valjanog zaključka. Bez postavljanja prepostavki i uklanjanja emocionalnog zaključivanja, principi logike mogu se koristiti slično kao što bi se koristila matematička formula za rješavanje problema. Najjednostavnije, kada bi se logičko razmišljanje svelo na puku primjenu logike te logičkih aparata i sustava, mogli bismo podsta lako računala naučiti da misle logički, već i samom primjenom logičkih pravila zaključivanja i to metodom sirove snage. Naravno, to nije tako, a dio razmatranja je li logičko mišljenje naprsto primjena logike je i u tome što smatramo logikom. Također, ponovo se javlja pitanje razlike, odnosno granice logičkog i kritičkog mišljenja. Naime, postoji jasna razlika između ispravnog i pogrešnog zaključivanja i nju nam daje logika. U teoriji bi se moglo reći da dvije osobe koje se nalaze u istoj situaciji s u potpunosti istim informacijama, moraju doći do istog zaključka. S druge strane, kritičko mišljenje uključuje preispitivanje odgovora i dobivenih informacija. Primjerice, može se propitati nedostaju li pojedine informacije, koliko je izvor pouzdan, itd. Postoji malo nejasna granica između logičkog i kritičkog mišljenja, no činjenica je da logički misaoni procesi uključuju kritičko mišljenje, a vještine kritičkog mišljenja se koriste logikom.<sup>34</sup> Logičko mišljenje za razliku od kritičkog mišljenja ima specifične odgovore. Kada se razmišlja na kritički način, postoje različite opcije od kojih nakon analiza i evaluacija je potrebno izabrati onu koja je valjana.<sup>35</sup> Logičko mišljenje uključuje korištenje logike, a samim time svi procesi logike se provlače kroz logičko mišljenje. Induktivno, deduktivno i matematičko mišljenje jedni su od tih proces, odnosno elemenata logičkog mišljenja.

Neformalna logika uključuje rasuđivanje, dokaze, opravdavanje te argumente koje pojedinac donosi u kontaktu s drugima.<sup>36</sup> Odnosno, neformalna logika uključuje korištenje logike u svakodnevnim situacijama. Cilj neformalne logike je razumjeti i poboljšati pojedinčev misaoni proces koji uključuje razmišljanje, rasuđivanje i argumentiranje u kontekstu stvarnog života.

<sup>34</sup> Mitchell, J. (2022). *Logical thinking vs critical thinking: comparing and breaking down the differences*. Pribavljeno 18.05.2022. sa <https://homeschooladventure.com/blog/logical-thinking-vs-critical-thinking/>

<sup>35</sup> Bonita, M. (2022). *Critical Thinking Versus Logical Thinking*. Pribavljeno 21.05.2022. sa [Critical thinking versus logical thinkin - Critical Thinking \(learnfromblogs.com\)](https://www.learnfromblogs.com/critical-thinking-versus-logical-thinking/)

<sup>36</sup> Meleen, M. (2022). *Examples of Logic: 4 Main Types of Reasoning*. Pribavljeno 21.05. sa <https://examples.yourdictionary.com/examples-of-logic.html>

Stvarni život uključuje javne diskusije ili debate, intelektualnu razmjenu mišljenja te u područjima poput obrazovanja, medicine, zakona, međuljudskih odnosa, itd.<sup>37</sup>

### 3.1.3. Induktivno zaključivanje

Induktivno zaključivanje je proces logičkog mišljenja kojim se stvaraju generalizacije na temelju specifičnih opažanja za koja se zna jesu li istinita ili lažna. Induktivno zaključivanje možemo najčešće vidjeti kod profesije znanstvenika. Oni koriste induktivno zaključivanje kako bi formirali hipoteze za svoje istraživanje.<sup>38</sup> Drugim riječima, induktivno zaključivanje sastoji se od otkrivanja „opće“ istine na temelju više istina (Walker Atkinson, 1909). U induktivnom zaključivanju uzimaju se specifične informacije i donosi se generalizacija koja se smatra vjerojatnom, dopuštajući činjenicu da zaključak može biti nepouzdan.<sup>39</sup> Induktivni argumenti, za razliku od deduktivnih, su „odbacivi“. To znači da se snažan induktivni argument može pretvoriti u slab induktivni argument dodavanjem dodatnih premissa argumentu (Van Cleave, 2016). Induktivno zaključivanje polazi od poznatog do nepoznatog. To je u biti sintetički proces. Njime se nastoje otkriti opći zakoni iz određenih činjenica (Walker Atkinson, 1909). Induktivni argument je argument čiji bi zaključak trebao slijediti iz premissa s visokom razinom vjerojatnosti (Van Cleave, 2016). Prednosti induktivnog zaključivanja su da njime možemo osmislitи mnoštvo strategija i taktika za rješavanje problema, da njima stvaramo esencijalno novu informaciju i donosimo brze odluke temeljene na iskustvu.<sup>40</sup>

Induktivno zaključivanje može se unaprijediti kritičkim mišljenjem, orijentacijom na detalje, uočavanjem uzoraka, izoštrevanjem pamćenja te razvijenom emocionalnom inteligencijom. Kritičko mišljenje uključuje sposobnost primjene induktivnog zaključivanja i ono se razvija kvalitetnim induktivnim zaključivanjem (Grigg i Lewis, 2019). Autorica Covaleski naglašava da je proces obostran, odnosno da se i kritičkim mišljenjem razvija induktivno zaključivanje. Razlog tome je da se induktivno zaključivanje smatra logičkim procesom i sposobnošću da se

<sup>37</sup> Groarke, L. (2021). *Informal Logic*. The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Pribavljen 23.05.2022. sa <https://plato.stanford.edu/archives/fall2021/entries/logic-informal/>

<sup>38</sup> Covaleski, A. (2021., 20. ožujka). *Inductive Reasoning: What is it? (with examples)* Pribavljen 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/inductive-reasoning/>

<sup>39</sup> Meleen, M. (2022). *Examples of Logic: 4 Main Types of Reasoning*. Pribavljen 21.05. sa <https://examples.yourdictionary.com/examples-of-logic.html>

<sup>40</sup> Covaleski, A. (2021., 20. ožujka). *Inductive Reasoning: What is it? (with examples)* Pribavljen 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/inductive-reasoning/>

misli kritički i analitički o idejama i činjenicama koje će koristiti da se dođe do boljih zaključaka. Ono uključuje sagledavanje problema s različitih stajališta kako bi se došlo do „najboljeg“ rješenja. Nadalje, kako bi se što uspješnije induktivno zaključivalo, potrebno je biti svjestan detalja određene situacije. Usmjeri li se pažnju na detalje i izgradi veće zaključke na temelju detalja, moći će se dolaziti do kvalitetnijih generalizacija ili zaključaka. Također, sposobnost uočavanja uzoraka može pomoći u dolaženju do logičkih zaključaka. Primjerice, primijeti li se da svaka dva dana ptica posjeti prozor, može se pretpostaviti da će nastaviti slijediti taj obrazac i time zaključiti da će se i sljedećih dana, odnosno svaka 2 dana, pojaviti na prozoru. Kako bi se uspješno induktivno zaključivalo, potrebno je sjećati se određenih detalja, uzoraka i slično kako bi se mogli formirati zaključci. Odnosno, izoštavanjem pamćenja poboljšava se sposobnost induktivnog zaključivanja, a samim time i logičkog mišljenja. Odluke i zaključci nisu u potpunosti bazirani na činjenicama. Često je potrebno u zaključke uzeti u obzir ljude i njihove emocije. Kako bi to mogli napraviti, potrebno je imati razvijenu emocionalnu inteligenciju, odnosno sposobnost promatranja i shvaćanja vlastitih emocija i emocija ljudi oko tebe.<sup>41</sup>

### 3.1.4. Deduktivno zaključivanje

S druge strane, deduktivno zaključivanje, iako može biti neformalno, precizno je opisano pravilima zaključivanja formalne logike. Deduktivno zaključivanje je ono zaključivanje koje smo u primjerima iz 3.1.1. opisivali, a u kojem konkluzija (zaključak) nužno slijedi iz premisa (tvrdnji). Ovdje spadaju rješenja zadatka koji uključuju pitanje zašto, a daju se u obliku činjenica (Buchberger, 2012). Primjer bi bio da se iz premise A jednak B i premise B je jednak C izvede deduktivni zaključak da je A jednak C. Deduktivno zaključivanje prepostavlja da ako su sve premise istinite, a specifična pravila deduktivne logike poštivana, doneseni zaključak mora biti ispravan. Primjerice, iz sljedeće dvije premise: „Svi parni brojevi su djeljivi s brojem 2“ i „14 je paran broj“, može se doći do zaključka „14 je djeljiv s brojem 2“.<sup>42</sup> Deduktivno zaključivanje polazi od otkrivanja pojedinačnih istina na temelju jedne, opće istine. Primjerice, u istini da svi ljudi umiru, možemo zaključiti i da će Sokrat, koji je čovjek, isto tako umrijeti. Stoga se smatra da je deduktivno zaključivanje u osnovi analitički proces. Mnoge hipoteze i

<sup>41</sup> Covaleski, A. (2021., 20. ožujka). *Inductive Reasoning: What is it? (with examples)* Pribavljeno 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/inductive-reasoning/>

<sup>42</sup> Mazur, C. (2021., 22. siječnja). *What is Deductive Reasoning? (With examples)* Pribavljeno 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/deductive-reasoning/>

teorije fizičkih znanosti poput teorije gravitacije, teorije svjetla; itd. koriste se kao opća istina za deduktivno rasuđivanje. Razmišljajući iz teorije univerzalne gravitacije, Leverrier je otkrio položaj novog planeta na nebesima prije nego što su ga otkrile ljudske oči. (Walker Atkinson, 1909). Za razliku od induktivnih argumenata, deduktivni argumenti su valjani i ne mogu postati nevaljani dodavanjem dodatnih premissa argumentu (Van Cleave, 2016).

### *3.1.5. Matematičko mišljenje*

Matematičko mišljenje izrazito je bitno kao cilj školstva te način učenja i poučavanja predmeta matematike. Ono je vrlo složena aktivnost čije je korištenje u kontekstu rješavanja problema jedna od najtemeljitijih ciljeva učenja matematike. Učenik koji ima dobro razvijeno matematičko mišljenje moći će samostalno provoditi matematička istraživanja te identificirati gdje se naučeno gradivo iz matematike može primijeniti u stvarnom životu. Kada se govori o matematičkom mišljenju, javlja se pojam matematičke pismenosti. Matematička pismenost je sposobnost korištenja matematike u svakodnevnom životu. Matematičko mišljenje seže dalje od samog pojma matematičke pismenosti. Sposobnosti matematičkog mišljenja uključuju duboko znanje matematike, opće sposobnosti rasuđivanja, poznavanje heurističkih strategija, itd. (Stacey, 2006). Matematičko mišljenje je proces u kojem učenik traži značenje situacije ili iskustva povezanog s matematičkim sadržajima. Razmišljanje koje je uobičajeno povezano s područjima matematike gdje su elementi iskustva prikazani u obliku brojeva, simbola ili raznih matematičkih koncepata i to je najopsežniji način razmišljanja. Proceduralno je definirano kao dopuštanje učeniku vježbanje određene mentalne vještine, oslanjajući se na simbole, veze među simbolima, matematičke zakone, brojeve, krivulje itd. kako bi riješili matematički problem (Ameer i suradnici, 2021). Drugim riječima, matematičko mišljenje je organizirani proces koji učenikov um izvodi ukoliko se suoči s matematičkim problemom koji izaziva njegove sposobnosti na način da ne može pronaći trenutno rješenje na problem. To dovodi do razmišljanja o problemu, pregledavanja problema i prilagođavanja njegovih prijašnjih matematičkih iskustava. Nakon svega toga, učenik traga za finalnim rješenjem tog problema. Razmišljanje je ono koje obvezuje pojedinca na suočavanje s matematičkim problemima i zadacima u pokušaju njihovog rješavanja u čemu pojedinac ovisi o nizu faktora povezanih s mentalnim procesima kroz koje je izložen procesu rješavanja te logičke operacije koje dovode do rješavanja različitih tipova matematičkih operacija potrebnih za rješavanje problema ili odgovaranja na matematičko pitanje. Vještine

matematičkog mišljenja uključuju: pogađanje (intuiciju), dedukciju, generalizaciju, izražavanje u simbolima, modeliranje, matematičko dokazivanje te formalno logičko mišljenje (Ameer i suradnici, 2021). Na temelju toga moglo bi se zaključiti da je matematičko mišljenje usko povezano s matematičkom logikom, ali i drugim vrstama logike. Ono uključuje korištenje raznih vrsta logike ovisno o matematičkoj situaciji u kontekstu područja matematike. Matematičko rasuđivanje uključuje logičko i sistematično mišljenje. Ono sadrži intuitivno i induktivno zaključivanje koje se bazira na uzorcima i pravilnostima koje mogu biti korištene pri donošenju rješenja na probleme koji su postavljeni u novim i nepoznatim situacijama. Ti problemi mogu biti matematički, ali mogu biti i problemi postavljeni u stvarnom životu. Oba tipa problema uključuju prenošenje znanja i vještina na nove situacije i korištenje vještina rasuđivanja (Alyahya i Alotaibi, 2019).

### 3.1.6. Logičke pogreške

Pogreška u logičkom zaključivanju je pogreška do koje je došlo u zaključivanju koja se smatra logički netočnom i koja zanemaruje logičku valjanost argumenata i dopušta njegovu neispravnost. Može biti slučajna ili namjerna kao instrument manipulacije (Petrić, 2020). Paralogizam je „nenamjeran, nesvjestan pogrešni zaključak“.<sup>43</sup> Takve pogreške nastaju usprkos želji i nastojanju da se misli valjano i bez namjere da se bilo koga prevari. S druge strane sofizam je pogrešan zaključak koji se čini ispravnim, on je „lukavo domišljanje radi obrane neke neodržive tvrdnje“.<sup>44</sup> Odnosno, namjerno pogrešni zaključak koji služi kao sredstvo manipulacije. Logičke pogreške uključuju manjkave, varljive i lažne argumente za koje se rasuđivanjem može dokazati da su pogrešni.<sup>45</sup> Jedan od ciljeva logike je osvijestiti postojanje logičkih pogrešaka i spriječiti njihovo korištenje kod zaključivanja (Van Cleave, 2016). Zato je bitno saznati što su logičke pogreške kako bi ih se znalo identificirati i spriječiti. Kao i kod logičkog mišljenja, jedna od sposobnosti kritičkog mislioca je uočavanje logičkih pogreški (Sue i suradnici, 2016). Kako bi pojedinac bio uspješniji kritički i logički mislilac mora posjedovati sposobnost njihovog prepoznavanja. Kako bi logičke pogreške bile izbjegnute, prvi je korak biti

<sup>43</sup> Paralogizam. *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*. Leksikografski zavod Miroslav Krleža (2021). Pribavljeno 23.5.2022. sa <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=46624>

<sup>44</sup> Sofizam. *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*. Leksikografski zavod Miroslav Krleža (2021). Pribavljeno 23.5.2022. sa <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=56978>

<sup>45</sup> Thompson, E. (2022, 20. travnja). *15 Logical Fallacies You Should Know Before Getting Into a Debate*. Pribavljeno 23.05.2022. sa <https://www.thebestschools.org/education/15-logical-fallacies-you-should-know-before-getting-into-a-debate/>

svjestan mogućih logičkih pogrešaka.<sup>46</sup> Postoje dva glavna tipa logičkih pogrešaka, a to su formalne logičke pogreške i neformalne logičke pogreške.

Formalne logičke pogreške su definirane kao pogreške koje mogu biti videne u formi argumenta. Svaka formalna pogreška je argument u kojem zaključak ne slijedi iz premlaza.<sup>47</sup> Pojam „formalno“ odnosi se na strukturu argumenata i granu logike koja se najviše njima bavi, odnosno na formalnu logiku. Sve formalne pogreške su pogreške u deduktivnom zaključivanju koje argument čine nevažećim.<sup>48</sup> Formalne logičke pogreške uključuju: pogrešku loših sudova, pogreške kvantifikacije, propozicijske pogreške i pogreške silogizma. Pogreške loših sudova uključuju sudove koji mogu biti istiniti, no ne moraju nužno voditi do izvedenog zaključka. Primjer ovakve pogreške je sljedeći: Noj ne može letjeti, stoga noj nije ptica. Premisa „Noj ne može letjeti“ je istinit, ali donesen zaključak nije valjan jer noj spada pod vrstu ptica. Pogreške kvantifikacije su pogreške u logici gdje su kvantifikatori premisa u suprotnosti s kvantifikatorima zaključaka. Primjer takve pogreške je kada argument ima univerzalnu premlazu i poseban zaključak, odnosno kada jedna ili više premlaza ne opravdavaju zaključak. Primjer ovakve pogreške je zaključak da svi psi mrze neke mačke. Ovaj zaključak je nemoguće za dokazati. Moguće je da neki psi mrze neke mačke, ali nemoguće je odrediti mrze li svi psi samo neke mačke. Propozicijske pogreške su one u kojima dolazi do pogreške u logici radi složenih propozicija, odnosno izjava. Da bi složena propozicija imala istinitu vrijednost, svaki dio propozicije mora biti istinit. Ovakve pogreške događaju se prateći sljedeće logičke formule: potvrđivanje disjunkcije (A ili B; A; dakle ne B), potvrđivanje konsekvente (A, zatim B; B, dakle A) i negiranje antecedente (Ako A, onda B; ne A, dakle ne B). Primjer ovakve pogreške bio bi:

1. Idem u krevet ili čitam knjigu.
2. Osjećam se jako umorno noćas pa ću ići u krevet.
3. Dakle, ne mogu čitati.

---

<sup>46</sup> Common Critical Thinking Fallacies. Pribavljen 23.05.2022. sa <https://criticalthinkingsecrets.com/common-critical-thinking-fallacies/>

<sup>47</sup> Logical Fallacies (2022). Pribavljen 23.05.2022. sa <https://www.logicalfallacies.org/>

<sup>48</sup> Magedah, S. (2010). *Rhetoric, Logic, and Argumentation: A Guide for Student Writers*. Pribavljen 23.05.2022. sa <https://www.thoughtco.com/what-is-logical-fallacy-1691259>

Ovdje se zanemaruje mogućnost da se može ići u krevet i čitati knjiga. Pogreške silogizama su logičke pogreške koje se pojavljuju u silogizmima deduktivnog zaključivanja. Ovo se događa s premisama koje se odnose na nešto općenito, a zatim se donosi zaključak o nečemu konkretnijem. Primjer ovakve pogreške je sljedeći:

1. Svi morski psi su ribe.

2. Svi lososi su ribe.

3. Svi lososi morski psi.

Obje generalizacije u prva dva suda su istinite, ali ne potvrđuju zaključak koji se izvodi.<sup>49</sup>

Pojam „neformalne“ odnosi se na ne strukturalne aspekte argumenata koji se obično naglašavaju u induktivnom zaključivanju. Većina neformalnih pogrešaka su pogreške indukcije, ali neke od pogreške mogu se primijeniti i na deduktivne argumente.<sup>50</sup> U ovakvim pogreškama često djeluje da zaključak slijedi logično i netrivialno iz istinitih premsa, a samo pažljivo ispitivanje može otkriti pogreške u argumentima. Takvi varljivi argumenti, mogu se prepoznati uz malo ili nimalo oslanjanja na metode formalne logike.<sup>51</sup> Neformalne logičke pogreške uključuju puno više podvrsta pogrešaka. *Ad hominem* pogreške koriste osobne napade, a ne logiku. Ova pogreška se događa kada netko odbacuje ili kritizira drugačiju perspektivu gledišta na temelju osobnih karakteristika, fizičkog izgleda, etničke pripadnosti, vjere ili drugih nerelevantnih osobina osobe koja zastupa perspektivu. Odnosno, tvrdnja te osobe pokušava se negirati napadom na osobnoj razini. Takvi argumenti se smatraju neetičnim jer se njima može manipulirati drugim osobama.<sup>52</sup> Primjer ovakve pogreške bio bi: Marko tvrdi da je ovo bila nesreća, ali svi znaju da je Marko poznat po laganju, tako da mu ne možemo vjerovati. Moguće je da je Marko zaista poznat po laganju, no njegova osobnost ne mora nužno značiti da je sve što kaže neistina.<sup>53</sup> Nadalje, pogreška koja uključuje argument iz neznanja koji tvrdi da zaključak mora biti istinit jer nije dokazano da je lažan ili nema dokaza protiv njega. Primjer ovakve pogreške bio bi sljedeći:

<sup>49</sup> Logical Fallacies. Pribavljen 23.05.2022. sa <https://www.logicalfallacies.org/>

<sup>50</sup> Magedah, S. (2010). *Rhetoric, Logic, and Argumentation: A Guide for Student Writers*. Pribavljen 23.05.2022. sa <https://www.thoughtco.com/what-is-logical-fallacy-1691259>

<sup>51</sup> Bazm, R. (1966). *Logic*. Pribavljen 23.05. sa <https://www.thoughtco.com/what-is-logical-fallacy-1691259>

<sup>52</sup> Thompson, E. (2022, 20. travnja). *15 Logical Fallacies You Should Know Before Getting Into a Debate*. Pribavljen 23.05.2022. sa [15 Logical Fallacies You Should Know Before Getting Into a Debate - TheBestSchools.org](https://www.thoughtco.com/what-is-logical-fallacy-1691259)

<sup>53</sup> Logical Fallacies. Pribavljen 23.05.2022. sa <https://www.logicalfallacies.org/>

Nitko nikada nije uspio dokazati da vanzemaljci postoje, tako da oni ne smiju biti stvarni.<sup>54</sup> Pogrešna dilema, odnosno crno-bijela pogreška predstavlja dva alternativna stanja kao jedine mogućnosti koje postoje, kada u stvarnosti ih ima više.<sup>55</sup> Primjer takve pogreške je ili me voliš ili me mrziš.<sup>56</sup> Nadalje neformalne logičke pogreške uključuju pogreške koje prepostavljaju da će određen tijek radnje nužno dovesti do lanca budućih događaja, pogreške koje uključuju generalizaciju na temelju nekolicine primjera umjesto stvarnih dokaza, pogreške autoriteta koje uključuju argumentiranje prizivajući na autoritet, a ne stvarne dokaze ili činjenice, pogreške emocionalnog zaključivanja koje uključuje zaključke i tvrdnje temeljene na simpatiji ili empatiji umjesto na pravednim i logičnim osnovama, pogreške koje prihvaćaju nešto kao istinito jer se ostali slažu s time, itd.<sup>57</sup>

Nije uvijek jednostavno prepoznati je li nešto logička pogreška ili nije. Ponekad je očito, a ponekad izrazito teško za primijetiti. Najbolji način za izbjegići manipulaciju je ne nagliti sa zaključivanjem, nego dobro razmislići što bi mogla biti istina. Stvari nisu uvijek onakve kakvima se čine. Prvi utisak može zavarati (Petrić, 2020). Kada postoji pogreška u rasuđivanju, zaključci su manje vjerodostojni i mogu se smatrati nevažećima. Poznavanje i proučavanje logičkih pogrešaka je važno jer će to pomoći ljudima da ih izbjegnu. Kada pojedinac zna prepoznati te pogreške, lakše će ukazati na nevaljane argumente drugih ljudi.<sup>58</sup>

### 3.2. Zašto je bitan razvoj logičkog mišljenja?

Logičko mišljenje je izrazito bitna vještina koju možemo vidjeti u matematici, razumijevanju pročitanog i svakodnevnom donošenju odluka. Logičko mišljenje omogućuje nam da rješavamo

---

<sup>54</sup> Thompson, E. (2022, 20. travnja). *15 Logical Fallacies You Should Know Before Getting Into a Debate*. Pribavljeno 23.05.2022. sa [15 Logical Fallacies You Should Know Before Getting Into a Debate - TheBestSchools.org](https://www.thebestschools.org/logical-fallacies)

<sup>55</sup> *Logical Fallacies*. Pribavljeno 23.05.2022. sa <https://www.logicalfallacies.org/>

<sup>56</sup> Thompson, E. (2022, 20. travnja). *15 Logical Fallacies You Should Know Before Getting Into a Debate*. Pribavljeno 23.05.2022. sa [15 Logical Fallacies You Should Know Before Getting Into a Debate - TheBestSchools.org](https://www.thebestschools.org/logical-fallacies)

<sup>57</sup> Thompson, E. (2022, 20. travnja). *15 Logical Fallacies You Should Know Before Getting Into a Debate*. Pribavljeno 23.05.2022. sa [15 Logical Fallacies You Should Know Before Getting Into a Debate - TheBestSchools.org](https://www.thebestschools.org/logical-fallacies)  
*Logical Fallacies*. Pribavljeno 23.05.2022. sa <https://www.logicalfallacies.org/>

<sup>58</sup> Common Critical Thinking Fallacies. Pribavljeno 23.05.2022. sa <https://criticalthinkingsecrets.com/common-critical-thinking-fallacies/>

probleme, postavljamo ciljeve i razumno odlučujemo.<sup>59</sup> Atkinson smatra da je biti dobar logičar znatno vrijednije nego biti dobar sportaš. Logika nas uči dobro rasuđivati, a rasuđivanje nam pruža znanje, a znanje je moć. Dobro razvijenim logičkim mišljenjem jednostavnije je pretpostaviti buduće događaje, predvidjeti rezultate mogućih postupaka, izbjegći pogreške, i otkriti sredstva potrebna za otkriti nove spoznaje (Walker Atkinson, 1909). Nije dovoljno imati znanje o nečemu ako ga ne znamo koristiti u svoju korist, a logičko mišljenje nam dopušta upravo to, da sva znanja, iskustva i stavove iskoristimo na najbolji mogući način (Walker Atkinson, 1909). Inovatori koriste logiku i logičko rasuđivanje kako bi odlučili koje ideje slijediti, a koje odbaciti. Moraju hipotetizirati posljedice, procijeniti ih i znati kada odgoditi odluke. Koriste logičko rasuđivanje kako bi sistematski evaluirali njihove ideje i izbacili one koje imaju male šanse za uspjeh. Također, inovatori koriste logiku kako bi „prodali“ svoje ideje drugima. Ako se očekuje od drugih da prihvate pojedine zaključke, potrebno je dati argumente kojima bismo poduprli te zaključke (Paynter, 2021). Osim prethodno navedenih argumenata za važnost logičkog mišljenja, ona leži i u samoj definiciji logike i logičkog mišljenja. Kako je prethodno navedeno, logika i logičko mišljenje uče pojedinca kako pravilno razmišljati i donositi valjane zaključke. To je bitno jer pridonosi kvaliteti pojedinčevog života. Korištenjem logičkog mišljenja u svakodnevnom životu, donošenju odluka, kvalitetnih sudova, formiranju stavova i mišljenja, itd. nudi pojedincu veću šansu za uspjeh. Također, kako se logičko mišljenje prožima kroz kritičko mišljenje, razvoj kritičkog mišljenja ovisi i o razvoju logičkog mišljenja. Na temelju toga, svi prethodno navedeni razlozi za važnost razvijanja kritičkog mišljenja mogu se prenijeti i na logičko mišljenje.

### **3.3. Logičko mišljenje u školi**

Gоворити о логици у контексту дјече млађе доби може изненадити неке pojedince, но ријеч је о прецизном описивању ствари, уочавање њихових сличности и разлика и говорење како су one међусобно повезане. У играма често морамо играти према одређеним правилима, а проналазак нај boljег „пoteza“ укључује логичко mišljenje. Мала дјечица почињу развијати логичко mišljenje кроз једноставне активности попут разврставања предмета. Како дјечица постaju старија, ове

<sup>59</sup> Covaleski, A. (2021., 20. ožujka). *Inductive Reasoning: What is it?* (with examples) Pribavljen 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/inductive-reasoning/>

aktivnosti mogu postati nešto sofisticiranije, poput razvrstavanja oblika po bojama, veličinama i debljinama. Također, mogu se koristiti igre poput križić kružić, domino, šah itd. (Cockcroft, 1982). Nezrela logika djeteta predškolske dobi, postupno je zamijenjena konvencionalnom logikom i mudrošću. Djeca školske dobi slijede logiku sličnu razmišljanju odraslih, barem u situacijama kada su podražaji konkretni. Svjesni su da se udaljavanjem predmeta od oka promatrača ne smanjuje predmet kao i činjenice da ima isti broj predmeta s lijeve i desne strane, iako se ti predmeti razlikuju po veličini, odnosno može se doimati da se s jedne strane nalazi veći broj predmeta samo zato što su oni veći od predmeta s druge strane. Kada je riječ o hipotetskim i apstraktnim situacijama, dolazi do logičkih ograničenja kod djece mlađe školske dobi.<sup>60</sup> Piaget vjeruje da je manipulacija objektima ključna u razvoju djetetovog logičkog mišljenja u periodu koji prethodi fazi formalnih operacija (oko 11 godina). Iskustvo je uvijek potrebno za kognitivni razvoj, a to se odnosi na to da individualac mora biti aktivan, transformirati stvari i otkrivati strukturu aktivnosti s objektima. Ovdje je bitna uloga učitelja koji olakšava djetetova otkrića kroz spontane aktivnosti. Učitelj mora osigurati širok raspon materijala koji stimuliraju razmišljanje (Markelj, 2018, prema Rifel, 2018). Logičkim mišljenjem učenik može donositi logičke sudove i logičku klasifikaciju i rasuđivanje kroz vještine induktivnog i deduktivnog zaključivanja. Proceduralno je definirano kao razmišljanje koje prakticiraju učenici kako bi ispitali podatke i informacije koje su im dostavljene kako bi dobili odgovore ili očekivane rezultate (Ameer i suradnici, 2021). Oni pokazuju logičko rasuđivanje kada iznose zaključke na temelju činjenica ili premisa, promatraju uzorke i izvlače pravila na temelju uzoraka, koriste sistematizirani proces kako bi donijeli razumne prosudbe i formirali vjerodostojne argumente, postavljaju hipoteze i ispituju. Pojedini učenici će imati prirodnu sklonost za korištenje logičkog rasuđivanja na jednoj višoj razini i dubini. Eksplicitno stvaranje ciljeva za razvijanje ove sposobnosti pruža mogućnosti za ubrzanje tog talenta. Istovremeno, ciljevi usmjereni na talente potiču razvijanje i rast svačijeg logičkog rasuđivanja (Paynter, 2021).

### 3.4. Logičko mišljenje u kurikulumu

<sup>60</sup> Basil, J., Zitelli, M. D. (2018). *Developmental/Behavioral Pediatrics*. Pribavljen 20.04.2022. sa <https://www.sciencedirect.com/topics/psychology/logical-thinking>

Pogleda li se u *Kurikulum nastavnog predmeta Priroda i društvo*, vidimo da se logičko mišljenje ne spominje niti jednom (*Kurikulum nastavnog predmeta Priroda i društvo*, 2019). Isto tako, pogledamo li u *Kurikulum nastavnog predmeta Glazbena kultura* i *Kurikulum nastavnog predmeta Tjelesna i zdravstvena kultura*, vidjet će se da nema spominjanja pojma logičko mišljenje niti pojma logika (*Kurikulum nastavnog predmeta Glazbena kultura*, 2019; *Kurikulum nastavnog predmeta Tjelesna i zdravstvena kultura*, 2019). Slična je situacija kada se pogleda u *Kurikulum nastavnog predmeta Likovna kultura*. Logičko mišljenje spominje se jedino u kontekstu korištenja logike pri nastanku pojedinog likovnog djela (*Kurikulum nastavnog predmeta Likovna kultura*, 2019). U *Kurikulumu nastavnog predmeta Hrvatski jezik*, logičko mišljenje, odnosno logika se spominje jedino u obliku jasnog i logičnog povezivanja riječi, rečenica i teksta (*Kurikulum nastavnog predmeta Hrvatski jezik*, 2019). Kada je riječ o nastavnom predmetu Matematika, logika i logičko mišljenje se ističu kao podosta važni. Kurikulum nastavnog premeta Matematika navodi logičko mišljenje kao jedan od pet nastavnih procesa koji prožimaju sve domene kurikuluma nastavnog predmeta Matematika. „Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje“ proces je koji uključuje pojmove logičkog i kritičkog mišljenja. Promišljanje, argumentiranje i dokazivanje te donošenje samostalnih zaključaka smatra se da se potiče učenjem nastavnog predmeta Matematika (*Kurikulum nastavnog predmeta Matematika*, 2019). Logičko mišljenje u kurikulumu uključuje: donošenje zaključaka indukcijom i dedukcijom koje se u samom središtu logičkog mišljenja, analiziranje te korištenje analogija za koje su autori Grigg i Lewis rekli da su izrazito bitne u razvoju kritičkog mišljenja, generaliziranje koje su mnogi prijašnje navedeni autori svrstali pod kritičko mišljenje, ali i pod induktivno zaključivanje koje spada pod logičko mišljenje te na posljetku korištenje matematičkih argumenata (Covaleski, 2021; Grigg i Lewis, 2019; *Kurikulum nastavnog predmeta Matematika*, 2019; Vec i Kompare, 2006). U kurikulumu nastavnog predmeta Matematika nalaze se i brojne preporuke ostvarivanja odgojno-obrazovnih ishoda koje uključuju razvoj logičkog mišljenja ukomponiran u sadržaje pojedinog razreda u nastavnom predmetu Matematika. One koje uključuju učenike razredne nastave su: „Zadaci u kojima se od učenika zahtijeva da nastave niz potiču logičko mišljenje, ali u njihovu osmišljavanju valja paziti da je dano dovoljno objekata u nizu kako bi se tražena pravilnost zaista mogla jedinstveno utvrditi.“ I „Procjena rezultata razvija logičko mišljenje i preduvjet je za primjenu zbrajanja i oduzimanja u

stvarnim situacijama (npr. tijekom kupnje).“ (*Kurikulum nastavnog predmeta Matematika*, 2019).

## **4. KRITIČKO I LOGIČKO MIŠLJENJE U UDŽBENICIMA IZ MATEMATIKE**

### **4.1. Kritičko mišljenje u nastavi matematike**

Matematiku se često svrstava pod jedan od najbitnijih predmeta u obrazovanju djece. Neosporivo je propitivati važnost matematike i razvoja njezinih vještina. Matematička postignuća su često asocirana s ekonomskom moći i razvojnim postignućima u svijetu. Upravo zbog toga se stavlja fokus na poticanje faktora koju pospješuju matematička postignuća. Danas je glavni cilj odgojno-obrazovnih institucija u pogledu matematike, naučiti učenike kako koristiti matematičko znanje u vanjskom kontekstu. Vještine razmišljanja višeg reda smatraju se bazom razmišljanja i temeljom za svakodnevni život. Među ostalim, one uključuju logičko i kritičko mišljenje. Razvijanje tih vještina utječe na uspješnije obavljanje dnevnih aktivnosti, uviđanje poveznica među predmetima u školi, ali i poveznica u školi stečenih znanja s vanjskim svijetom (Alyahya i Alotaibi, 2019). Uloga kritičkog mišljenja u nastavi matematike uključuje kritičko mišljenje kao nusproizvod učenja matematike, kao izričit cilj matematičkog obrazovanja te kao uvjet za rješavanje matematičkih problema (Jablonka, 2020, prema Lerman, 2020). Što su oštire vještine učenikovog kritičkog mišljenja, učenik će bolje moći riješiti problemske zadatke i formulirati argumente izvlačeći ih iz široke baze znanja koju posjeduje (Sue i suradnici, 2016). Kada učitelji poučavaju vještine kritičkog mišljenja, učenici mogu pronaći potrebne informacije, evaluirati vrijednosti i posljedice pojedinih informacija te rješavati probleme. Kritičko mišljenje dopušta učenicima procesiranje informacija na logičan način i priprema ih za samostalno učenje. Učenici s razvijenim vještinama kritičkog mišljenja mogu odrediti koje su informacije važne te koje su nebitne ili nekorisne. Ti učenici mogu identificirati logičke pogreške, ali mogu biti otvoreni prema drugim gledištima i na temelju toga ponovo procijeniti svoje vrijednosti, stavove i znanje kao i odrediti koje informacije su važne te eliminirati podatke koji su neupotrebljivi, nebitni i pristrani. Ako učenik može kritički razmišljati i samostalno, logički i sistematički rješavati probleme, uspjeti će u doноšenju mudrih odluka u svim područjima kojima je potrebno donositi odluke. Uloga učitelja je usredotočiti se na one karakteristike matematičkih strategija koje promiču kritičko mišljenje (Sue i suradnici, 2016). Postoji suglasnost da se kritičko mišljenje ne pojavljuje automatski kao nusprodukt bilo kojeg matematičkog kurikuluma, nego da je potrebna

određena pedagogija koja izvlači atribute učenika i nudi mu proces rasuđivanja i propitivanja u intelektualno zahtjevnim zadacima (Jablonka, 2020, prema Lerman, 2020). Unatoč činjenici da razvijanje kritičkog mišljenja predstavlja važnu zadaću matematičkog obrazovanja, postoje brojna otvorena pitanja kada je u pitanju njegova realizacija. Jedan dio ovih problema proizlazi iz njegove generalizacije i neodređenosti, a dio zbog nedostatka jasne strategije njezina razvoja (Maričić i Špijunović, 2014). Jedan način poticanja razvoja kritičkog mišljenja u nastavi matematike je uspješno uključivanje elemenata kritičkog mišljenja u nastavni proces. Kada učenici u matematici razmišljaju kritički, oni donose logičke zaključke i dobre prosudbe o tome što napraviti i kako razmišljati. Promoviranjem kritičkog mišljenja u matematici, učitelj ohrabruje samostalnost i samoregulaciju, potiče uključenost u predmet, razvija samopouzdanje i kompetencije matematičkih procesa poput rasuđivanja, komunikacije i zastupanja (Grigg i Lewis, 2019). Ovo može biti postignuto nuđenjem kontinuiranih matematičkih izazova za čije rješavanje je potrebno koristiti elemente kritičkog mišljenja. Primjer ovakvog zadatka bi bio korištenje matematičkih analogija u zadacima (Grigg i Lewis, 2019). Nadalje, kritičko mišljenje može biti postignuto postavljanjem širokog raspona pitanja za poticanje razmišljanja poput pitanja prije rješavanja zadatka, tijekom i nakon rješavanja zadataka čime se potiče i aktivni angažman učenika (Grigg i Lewis, 2019; Sue i suradnici, 2016). Učitelj treba stavljati naglasak na rasuđivanje, logiku i valjanost, kako bi dao svojim učenicima pristup matematici kao učinkovitom načinu prakticiranja kritičkog mišljenja (Su i suradnici, 2016). Istočje se da svi učenici imaju sposobnost poboljšanja i širenja njihove sposobnosti kritičkog mišljenja pri učenju matematike. Učenici mogu razviti ovu sposobnost kada su suočeni s matematičkim problemima, identifikacijom mogućih rješenja, evaluacijom i obrazlaganjem njihovih rezultata (Su i suradnici, 2016). Također, kritičko mišljenje može se poticati davanjem problema na koji nemaju predodređenu strategiju rješavanja (Grigg i Lewis, 2019). Pritom kritičko mišljenje uključuje: formulaciju problema, preformulaciju problema, evaluaciju i osjetljivost na problem. Formulacija problema uključuje: sposobnost percipiranja matematičkog problema i formuliranja na temelju problemske situacije, otkrivanja matematičkih simbola i prenošenja simbola u govorni jezik, uočavanje veza između matematičkih simbola i kritiziranje tih veza, traganje za inherentnim svojstvima formulacije problema, identificiranje nijansi u formulaciji problema i korištenje preciznog matematičkog jezika. Preformulacija problema uključuje: jezičnu preformulaciju matematičkog zadatka, izvlačenje zaključaka na temelju identificirane veze u

sadržaju zadatka i jasno argumentiranje i identificiranje veza između pojmova unutar zadatka. Evaluacija uključuje: evaluaciju informacija, evaluaciju rješenja, evaluaciju mišljenja autoriteta. Osjetljivost na problem uključuje: procjenjivanje realnosti situacije u pojedinom problemu i danom rješenju te uzimanje u obzir okolnosti u kojima je zadatak bio dan, identificiranje i otkrivanje skrivenih i implicitnih informacija u formulaciji, suzdržavanje od brzih, nepromišljenih zaključaka, osjetljivost na otkrivanje načina rješavanja problema, sposobnost identificiranja nedosljednosti i kontradikcija u formulaciji problema i zahtjevima problema, identifikacija suvišnih i nepotpunih podataka koji proizlaze iz stvarnosti u danoj situaciji i otkrivanje zamki u formulaciji problema (Maričić i Špijunović, 2014). Nadalje, kritičko mišljenje može se poučavati učenjem tehnika fleksibilnog razmišljanja (npr. što znam, što trebam naučiti) gdje se u samo središte stavlja proces samoevaluacije (Grigg i Lewis, 2019). Kroz nastavu treba se poticati na prepoznavanje pristranosti i otvorenosti prema onome što treba smatrati istinom, prepoznavanje kontradiktornih informacija i nedosljednih podataka u matematičkim zadacima (Applebaum i Leikin, 2007, prema Lerman, 2020; Sue i suradnici, 2016). Rješavanjem matematičkih društvenih igara i matematičkih zagonetki učenicima se podiže motivacija jer uče kroz igru, a takve igre imaju elemente kritičkog mišljenja i njihovim igranjem, odnosno rješavanjem zadataka kroz igru učenici nesvesno razvijaju svoje kritičko mišljenje (Grigg i Lewis, 2019). Edukatori ističu da bi se trebali formirati sati matematike koji će uključivati značajna matematička iskustva koja podučavaju razmišljanje kroz matematiku, a ne pamćenje formula. Proces razmišljanja kroz matematiku pomaže učenicima da kritički razmišljaju i otkrivaju nove odnose i obrasce matematičkih jednadžbi što dovodi do inovacije, stvaranja novih ideja i implementacija za kojima postoji velika potražnja u našem „naprednom“ svijetu. Učitelji matematike moraju poticati učenike na analiziranje, evaluaciju, rasuđivanje i komunikaciju (Sue i suradnici, 2016). Autori Maričić i Špijunović ističu kako niti jedna strategija, metoda ili način poučavanja ne mogu imati značajan utjecaj na razvoj kritičkog mišljenja u početnoj nastavi matematike, bez prikladnog sadržaja. Ističu kako je to zbog činjenice da učenici te dobi nisu sposobni steći znanje kroz dedukciju, niti korištenjem strogih logičkih postupaka u razmišljanju, evaluaciji i učenju. Zato bi pristup razvijanju kritičkog mišljenja trebao uključivati dob učenika, njegove sposobnosti, ali iznad svega ostalog, matematičke sadržaje. Kroz provedeno istraživanje, došli su do rezultata da se kritičko mišljenje kod učenika mlađe školske dobi može uspješno

poticati i razvijati prikladnim odabirom sadržaja, odnosno zadataka čije rješavanje naglašava vještine kritičkog mišljenja (Maričić i Špijunović, 2014).

#### *4.1.1. Bloomova taksonomija*

Benjamin Samuel Bloom bio je američki edukacijski psiholog čija je najveća kontribucija u području obrazovanja bio klasifikacijski sustav, odnosno taksonomija odgojno-obrazovnih ciljeva.<sup>61</sup> *Bloomova taksonomija* obuhvaća tri područja: kognitivno, afektivno i psihomotoričko područje. Kognitivno područje, odnosno područje znanja i razumijevanja uključuje razine znanja, razumijevanja, primjene, analize, sinteze i vrednovanja. Afektivno područje, odnosno područje stavova i uvjerenje uključuje razine prihvatanja, reagiranja, usvajanja vrijednosti, organizacije vrijednosti i vrednovanja odnosno personalizacije. Psihomotoričko područje, odnosno područje vještina i umijeća uključuje razine imitacije, manipulacije, preciznosti, artikulacije (sinteze) i naturalizacije (Armstrong, 2010). Unutar svakog područja nalaze se razine od jednostavne do kompleksne na kojima bi učenici trebali usvojiti znanja. Zahvaljujući Bloomovoj taksonomiji, učitelji diljem svijeta imaju alat za usmjeravanje razvoja zadataka, ocjenjivanje i ostvarivanje ishoda unutar kurikuluma. Ovaj model pomaže učiteljima da identificiraju ključne ciljeve učenja, koje žele da učenik postigne za svaku nastavnu etapu, jer jezgrovitop opisuje proces učenja. Taksonomija objašnjava da prije nego što se može razumjeti koncept, mora ga se zapamtiti, da bi se primijenio koncept, mora ga se najprije razumjeti, da bi se ocijenio proces, mora ga se prvo analizirati te da bi se stvorilo nešto novo, mora se završiti temeljita evaluacija. Ova hijerarhija vodi učenike kroz proces sintetiziranja informacija koji im omogućuje da razmišljaju kritički. Učenicima su date početne informacije i motivira ih se postavljati pitanja i tražiti odgovore.<sup>62</sup> Učitelji matematike indiciraju da korištenje Bloomove taksonomije na kognitivnom području može ubrzati i usmjeriti proces s početnih razina k višim razinama. Tijekom sata matematike, korisno je koristiti riječi, crteže, dijagrame i brojeve kada se rješavaju problemski zadaci. Također, poticanjem učenika na postavljanje pitanja im pomaže da postanu bolji u rješavanju problema (Sue i suradnici, 2016).

---

<sup>61</sup> Benjamin Bloom. Pribavljeno 10.05.2022. sa

[https://en.wikipedia.org/wiki/Benjamin\\_Bloom?msclkid=45646dbad04a11ec89692ccfb36cb718](https://en.wikipedia.org/wiki/Benjamin_Bloom?msclkid=45646dbad04a11ec89692ccfb36cb718)

<sup>62</sup> Ruhl, C. (2021, 24. svibnja). *Bloom's Taxonomy of Learning. Simply Psychology*. Pribavljeno 10.05. sa

<https://www.simplypsychology.org/blooms-taxonomy.html?msclkid=379ce906d04d11ec8a7c02cd27702234>

Korištenjem induktivnog i deduktivnog zaključivanja i postavljanjem pitanja, vodeći se pritom Bloomovom taksonomijom, učenici uče matematičke koncepte, rješavaju matematičke probleme i prepoznaju u kojoj mjeri se rasuđivanje primjenjuje na matematiku te kako kritičko mišljenje može olakšati donošenje odluka i strateško planiranje. Bloomova taksonomija pruža okvir za kritičko mišljenje. Ove taksonomije pružaju metodu za pripremu nastavnih jedinica, procjenjivanje napretka. Proces učenja se na ovaj način odvija korak po korak, što može spriječiti nerazumijevanje radi davanja gradiva koje je prenapredno, odnosno učenje gradiva s previsoke razine (Sue i suradnici, 2016).

## **4.2. Logičko mišljenje u nastavi matematike**

Matematika je predmet koji se izrazito često povezuje sa sposobnostima poput logičkog mišljenja, analitičnosti, kritičkog i apstraktnog mišljenja. Ovo je pogled na matematiku koji se može vidjeti u obrazovnim institucijama, vladama i korporacijama diljem svijeta (Cresswell i Speelman, 2020). Ako se govori o logici koja se nalazi u području matematičkog obrazovanja, može ju se definirati kao disciplinu koja se bavi semantičkim i sintaktičkim aspektima organizacije matematičkih diskursa s ciljem dedukcije rezultata koji nužno slijede iz skupa premlisa (Durand-Guerrier, 2020, prema Lerman, 2020). Većina matematičkih koncepata koncepti su visoke razine apstrakcije i nije ih moguće učiti bez dubokoga razumijevanja i bez uključivanja procesa logičkoga mišljenja. Nastava matematike snažno potiče i razvija mišljenje učenika te od njih stalno traži promišljanje, zaključivanje i generaliziranje (*Kurikulum nastavnog predmeta Matematika*, 2019). Logičko mišljenje u matematici je razmišljanje koje se pojavljuje kao rezultat postojanja poticaja za učenika kako bi iskoristio prethodno stečeno znanje i matematičko iskustvo koje posjeduje u rješavanju problema (Ameer i suradnici, 2021). Činjenica je da učenje matematike može doprinijeti razvoju logičkog mišljenja, točnosti i prostorne svijesti, ali to ovisi o načinu na koji je matematika učena (Cockcroft, 1982). Učitelji matematike trebali bi bolje konstruirati svoja predavanja, prezentacije i zadatke kako bi se prikladno iskoristilo područje logike. Učenici bi trebali iznositi logičke argumente kada prezentiraju odgovore na matematička pitanja i rješenja na probleme. Pritom bi se trebali koristiti induktivnim i deduktivnim zaključivanjem. Odnosno, ključno je opravdavanje kroz proces rješavanja problemskih zadataka. Nebitno jesu li učenici uključeni u jednostavno računanje ili geometriju,

moraju opravdati zaključke koje donose prilikom rješavanja zadataka. Ova obrazloženja mogu biti zapisana ili iznesena verbalno, brojčano, algebricom ili grafički. Neovisno o načinu obrazloženja, ono je ključno za uspjeh učenika i razvoj logičkog sistema koji će učeniku biti koristan u svim disciplinama, a ne samo matematici (Hodge, 2003). Učenike treba poticati u svim dobnim skupinama da traže obrasce u rezultatima koje dobiju i da ih objasne riječima iako možda nisu u stanju izraziti ono što su uočili u algebarskim terminima. Bez obzira na razinu postignuća učenika, pažljivo planirano korištenje matematičkih zagonetki i igara može pomoći razvoju logičkog mišljenja. Primjer može biti zaključivanje da ako su dva pribrojnika parna, njihov zbroj će isto biti paran broj (Cockcroft, 1982). Također, vještine i uzorci logičkog mišljenja uključuju: zaključivanje odnosa jednog ili više elemenata, izoliranje čimbenika koji utječu na određeni fenomen između skupina čimbenika, proučavanje kvantitativnih odnosa između elemenata skupine ili grupe i određivanje proporcije svakog od njih, a zatim uspoređivanje proporcije i konačno davanje određene vjerojatnosti. Logičko mišljenje uključuje i sposobnost pojedinca da se bavi eksperimentalno ili teoretski kako bi napravio najveći mogući broj veza između elemenata koji se proučavaju, pod uvjetom da su veze organizirane i koordinirane, a ne slučajne ili duplicitne (Ameer i suradnici, 2021). Najosnovniji sustav za razvijanje logičkog mišljenja su definicije. One su u srži deduktivnog zaključivanja za razliku od učenja na temelju primjera na koje se učenici obično fokusiraju. Ideja je da učenici koriste logičko mišljenje i rasuđuju kako bi došli do rješenja problema, a ne samo memoriziraju činjenice i koriste se njima. Ako se učenike uči matematiku kompletno kroz pamćenje činjenica, oni će rijetko biti sposobni primijeniti naučene koncepte u stvarnome svijetu. U postupku rješavanja problema koji uključuje dedukciju, učenici rasuđuju od premsa do konkluzije na način da zapisuju serije ekvivalentnih jednadžbi.. Jednom kada učenici nauče koncept deduktivnog rasuđivanja iz danih premsa ka konkluziji, oni mogu koristiti indukciju kako bi formirali zaključak o jednadžbama koje se identificiraju kao kontradikcije. Ovo zamjenjuje potrebu učenika da memoriziraju. Ako učitelji pruže učenicima bazične elemente logičkog rasuđivanja i stvore im čvrstu bazu koja se bazira na definicijama i postulatima, učenici mogu stvoriti njihovu „vlastitu matematiku“. Ovo im pruža moćan alat za koristiti u svim disciplinama, a ne samo matematici. Također, pruža im više interaktivnu učionicu koja se bazira na rasuđivanju, a ne memorizaciji. Na taj način, učitelji mogu postići više koristeći se manjim

brojem izabranih primjera umjesto očekivanja da se demonstrira svaki mogući tip problemskog zadatka, što je i nemoguće (Hodge, 2003).

#### *4.2.1. Kognitivni razvoj djece prema Jean Piagetu*

Jean Piaget je ponudio pregled stadija koji uključuju razvoj kognitivnih sposobnosti kod djece. Zaključio je da djeca prolaze kroz određene razvojne stadije kada je riječ o kognitivnom razvoju. Njegovo djelo je imalo izrazito velik utjecaj u području matematike, a posebice njegovom poučavanju. Piaget je vjerovao da se razvoj djeteta događa kroz kontinuiranu transformaciju mislenih procesa. Iako su učenici obično grupirani po biološkoj dobi, njihova se razvojna razina može znatno razlikovati u odnosu na razinu zrelosti, iskustva, kulturu i mogućnosti djeteta. Piaget je identificirao četiri glavna stadija razvoja: senzomotorička faza, predoperativna faza, faza konkretnih operacija i faza formalnih operacija. Senzomotorička faza započinje rođenjem i traje dvije do tri godine. Predoperativna faza počinje u drugoj ili trećoj godini života i traje do šeste ili sedme godine života. Faza konkretnih operacija počinje u šestoj ili sedmoj godini života i traje do dvanaeste ili trinaeste godine. Faza formalnih operacija traje od jedanaeste ili dvanaeste godine nadalje (Piaget, 1973). Ovim radom fokus će biti na fazi konkretnih operacija iz razloga što ta faza obuhvaća djecu koja pohađaju razrednu nastavu, a tema ovog rada fokusira se upravo na razrednu nastavu i razvoj logičkog i kritičkog mišljenja u udžbenicima iz matematike od prvog do četvrtog razreda.

Fazu konkretnih operacija karakterizira nagli kognitivni rast. Što se tiče logičkih operacija, klasifikacija, odnosno sposobnost grupiranja objekata na temelju zajedničkih karakteristika, i sposobnost redanja predmeta prema veličini, duljini i volumenu. Obije sposobnosti su izrazito bitne za razumijevanje numeričkih koncepata i operacija. Također, djeca te dobi počinju koristiti induktivnu logiku, odnosno zaključivati od specifičnih informacija do načela (Piaget, 1973). Autor ističe da je najbolji način poticanja ove spoznajne faze praktično iskustvo, a u području matematike, rješavanje zadatka na različite načine, odnosno dolaženje do rješenja na više od jednog načina. Važnost praktičnih aktivnosti ne smije se zanemariti u ovoj fazi. Ove aktivnosti pružaju učenicima mogućnost da apstraktne ideje učine konkretnima (Burns i Silbey, 2000, prema Ojose, 2008). Primjenjujući Piagetovu teoriju omogućujemo učenicima da koriste matematičke ideje i koncepte kao alate za rješavanje problema. Manipulativni materijali koji se mogu koristiti u nastavi kako bi konkretizirali apstraktne pojmove su: Stern blokovi, Dienesovi

blokovi, Cuisenairovi štapići, algebarske pločice, algebarske kocke, brojalice, kocke, abakus, itd. Učitelji nisu ograničeni koristiti samo navedene proizvode. Mogu koristiti i prikladne materijale u aktivnostima poput presavijanja i rezanja papira. Kako bi učenici izvodili pojedine aktivnosti, potrebno je posjedovanje višeg znanja matematičkog mišljenja (Ojose, 2008). Primjerice, zadamo li učenicima da od jednog papira izrežu četiri duljinama jednakata pravokutnika, oni moraju znati što je pravokutnik, kako najjednostavnije od jednog velikog pravokutnika izrezati četiri manja, itd. Odnosno, moraju se koristiti oblikom logičkog mišljenja. Jedan od najbitnijih izazova u matematici je pomoći učenicima da stvore poveznice između matematičkih koncepata i aktivnosti ili stvarnosti. Postoji mogućnost da djeca neće automatski stvoriti poveznicu između aktivnosti koju rade s manipulativnim matematičkim materijalima s matematičkim znanjem (Ojose, 2008).

#### **4.3. Tipovi matematičkih zadataka za poticanje kritičkog i logičkog mišljenja**

Rješavanje poznatih zadataka, često ne zahtijeva nikakve vrste konceptualnog razumijevanja (Boesen i suradnici, 2010, prema Berisha i Bytyqi, 2020). Korištenje različitih resursa za odabir zadataka, kao i formuliranje, dizajniranje i izmjena vlastitih zadataka od iznimne je važnosti. Odabir zadataka, formuliranje i njihovo mijenjanje važni su aspekti planiranja nastavnog sata (Pimm, 2011, prema Berisha i Bytyqi, 2020). Različite vrste zadataka imaju različitu težinu, ulogu i potencijal u nastavi matematike. Ne nude svi matematički zadaci iste mogućnosti učenja. Prikidan izbor zadataka pomaže učenicima da prijeđu na višu razinu matematičkog razmišljanja i učenja (Stein i suradnici, 2009, prema Berisha i Bytyqi, 2020). Učenici koji imaju razvijenu sposobnost rješavanja novih vrsta zadataka logično i sustavno pristupaju novim problemima, savladavanju novog gradiva, usvajanju novih znanja te konkretnim situacijama u stvarnom životu (Kovač, 2004). Vrlo važna značajka matematičkih zadataka je razina kognitivne zahtjevnosti koja je potrebna kako bi se riješio zadatak. Razina kognitivne zahtjevnosti postavljena matematičkim zadatkom predstavlja način i vrstu razmišljanja potrebnog za rješavanje zadatka. Kognitivna razina zadatka obično se definira na temelju dubine konceptualnog matematičkog razmišljanja (Bayazit, 2012, prema Berisha i Bytyqi, 2020). Logičko-kombinatornim modelima rješavanja zadataka pokrećemo kod učenika logičko

mišljenje. Pod njih spadaju metoda logike, strategija nagađanja, provjere i ispravke i metoda skupova (Bogdanović, 2013: 70). Metodom logike zadatke rješavamo „formiranjem odgovarajućih algoritama misaonih zadataka“ (Bogdanović, 2013: 70). Primjerice, u ovaj model spada zadatak poput: „Dva magarca upregnuta za kola prešla su 22km. Koliko je prešao svaki od njih? Rješenje: Pošto su zajedno bila upregnuta, prešli su istu dužinu puta, a to je 22km“ (Bogdanović, 2013: 70). Strategijom nagađanja, provjere i ispravke rješavaju se zadaci u kojima se prepostavlja rješenje, a procjenom greške i ispravljanjem se dolazi do točnog rješenja. Pod ovu strategiju spada zadatak: Vrećica bombona i njezina četvrtina ukupno sadrže 20 bombona. Koliko bombona ima u vrećici? Rješenje glasi: Ako prepostavimo da u vrećici ima 4 bombona, dobit ćemo da vrećica i njezina četvrtina sadrže  $4 + 1 = 5$  bombona. Kako znamo da zbroj mora iznositi 20, odnosno 4 puta više, tada će i traženi broj biti 4 puta veći, odnosno,  $4 \times 4 = 16$  čime dolazimo do rješenja, a to je da u vrećici ima 16 bombona. Metoda skupova uključuje elemente skupa koji se mogu sastojati od različitih predmeta, bića, stvari ili pojava. Jedan od zadataka glasi: Od 100 učenika na sajam u Rijeci išlo je 65 učenika u rujnu, a na sajam u Zagrebu 45 učenika u studenom. Ako 12 učenika nije išlo ni na jedan sajam, koliko njih je išlo na oba sajma? Metodom skupa zaključujemo da zbrojimo li  $65 + 45 + 12$ , dobit ćemo broj 122, a ukupno ima 100 učenika. To znači da je 22 učenika išlo na oba sajma (Bogdanović, 2013). Jedan od pristupa, kojim se može procijeniti učenikovo shvaćanje prenesenog gradiva, može biti objašnjavanje brojevnog uzorka kojim će se morati angažirati učenikove vještine kritičkog mišljenja (Sue i suradnici, 2016).

Učenikovo iskustvo matematike ovisi o: razini kognitivne zahtjevnosti, načina prezentiranja zadatka i načina na koji su zadaci provedeni (Stein, 1996. prema Hwang i Ham, 2021). Kada se učenici bave matematikom, njihovo se razmišljanje razlikuje prema vrsti matematičkih zadataka koji se nude (Hwang i Ham, 2021). Hwang i Ham istaknuli su u svojem istraživanju četiri tipa matematičkih zadataka: problemi s riječima, proceduralni zadaci, čisto matematičko rasuđivanje i primjena zadataka matematičkog rasuđivanja (Hwang i Ham, 2021).

Autorica Martić (2019) formirala je zadatke za razvoj logičkog mišljenja djece od osam do devet godina. Oni uključuju „zabavne logičke probleme“. To su zadaci poput „Nastavi niz“ koji uključuju prepoznavanje uzorka, otkrivanje pravila i nastavljanje niza, zadaci koji uključuju prebrojavanje geometrijskih oblika poput trokuta, pravokutnika, itd. unutar složenijeg oblika,

zadaci poput „Prikazana su 4 kvadrata uz pomoć 12 crta. Premjesti 2 crte tako da dobiješ 7 kvadrata“, zadaci s više rješenja poput „Prikazane su četiri pločice, crvena, plava, žuta i zelena. Složi pločice jednu na drugu tako da: crvena ne bude pokraj žute, a plava ne bude iznad zelene.“, zadaci poput *sudoku*, zadaci koji uključuju pronalaženje sličnosti i razlika, zadaci koji glase poput sljedećeg: „Prikaži broj 17 uz pomoć brojeva 2, 4, 5 i 7 koristeći se svim računskim radnjama, svaki broj se smije upotrijebiti samo jedanput i dopuštena je uporaba zagrada.“, itd.

Kritičko mišljenje je potrebno kod zadataka gdje učenici imaju različite mogućnosti za rješavanje problema. Ovdje učenici primjenjuju kritičko mišljenje kako bi pronašli najbolju strategiju od mnogih mogućih metoda za dolaženje do rješenja.<sup>63</sup> Otvoreni zadaci u kojima se koriste generalizacije na temelju niza svojstava o brojevima, geometriji i mjerenu, razvijaju logičko mišljenje pojedinca. Također, isti učinak imaju zadaci koji uključuju pitanja „Što još pripada?“ i „Što ne pripada?“ kojima se od učenika zahtjeva da analiziraju brojeve ili oblike kako bi identificirali zajedničko svojstvo ili čimbenike. Zadaci koji uključuju obrasce također pružaju priliku učenicima da generaliziraju i promišljaju logički i kritički. Kada učenici stvaraju pretpostavke o zajedničkim svojstvima ili odnosima, opravdavaju svoje pretpostavke, a samim time uključuju kritičko mišljenje.<sup>64</sup>

Zadaci koji se rješavaju uz pomoć Dirichletovog principa razvijaju pojedinčevu logičko mišljenje. Dirichletov princip kombinatorni je princip koji je objasnjen na primjeru golubinjača. On navodi da ako se  $n$  golubova smjesti u  $m$  golubinjača, pri čemu je  $n > m$ , onda mora postojati najmanje jedan golubinjak u kojem se nalaze barem dva goluba (Majstorović, S). Dirichletov princip nije zahtjevan jer se temelji na jednostavnoj, zdravorazumskoj logici. S druge strane, on omogućuje izvođenje drugih, zahtjevnijih radnji što ga čini dobrom motivacijskom metodom za podizanje interesa učenika u obrazovnom i izvanškolskom okruženju. Dirichletov princip uključuje jednostavnost zadataka i njihovih dokaza jer je sam zadatak obično jasan i razumljiv. Nadalje, uključuje rješavanje problema, odnosno zadaci koji se rješavaju korištenjem Dirichletovog principa uče učenike da rješavaju probleme, razvijaju svoje matematičke kompetencije i logičko mišljenje. Također, prisutna je raznolikost problema u odnosu na

<sup>63</sup> *Critical Thinking Math Problems: Examples and Activities*. Pribavljen 23.05.2022. sa <https://study.com/academy/lesson/critical-thinking-math-problems-examples-and-activities.html>

<sup>64</sup> Vale, C. (2018). *Creative and Critical Thinking in Primary Mathematics*. Pribavljen 23.05.2022. sa <https://www.monash.edu/education/teachspace/articles/creative-and-critical-thinking-in-primary-mathematics>

zahtjeve, dio matematike te kontekst što može biti motivirajuće za učenike jer je izmjena zadataka od iznimne važnosti s obzirom na to da rješavanje poznatih zadataka, često ne zahtijeva nikakve vrste konceptualnog razumijevanja (Ceretkova i Korenekova, 2011; Pimm, 2011, prema Berisha i Bytyqi, 2020).

Autorice Břehovský i Příhonská (2021) ističu šest kategorija logičkih zadataka u udžbenicima iz matematike, a to su: eksplisitni zadaci, serije elemenata, upute, kvantifikatori, kompozitne propozicije i logički zadaci. Eksplisitni zadaci su zadaci koji uključuju konjunkciju u smislu formalne logike, odnosno dvije različite prepozicije. Primjer takvog zadatka je sljedeći: „Možeš li pogoditi koji sam broj zamislila? Ako pomnožim moj broj sa 8, dobiti ću broj 984.“. Serije elemenata su zadaci koji uključuju konjunkciju u smislu niza elemenata koji nose dodatne informacije. Primjer takvog zadatka je sljedeći: „Tri prijatelja utrkivala su se sa svojim biciklima. Petar je završio utrku za 1 sat i 5 minuta, Hrvoje za 54 minute, a Karlo za 3600 sekundi. Tko je završio na prvom, tko na drugom, a tko na trećem mjestu?“. Upute su zadaci koji uključuju konjunkciju u smislu niza uputa koje treba slijediti. Primjer takvog zadatka je sljedeći: „Izračunaj i poredaj rezultate ispravnim redoslijedom“. Pravilno razumijevanje ovakvog tipa zadatka promiče ispravno razumijevanje pojma konjunkcije. Kvantifikatori su zadaci koji uključuju bilo koju vrstu kvantifikatora. Primjerice: „U kutiji se nalazi 22 komada čokolade. Svaki komad je težak 300 grama. Kolika je težina cijele kutije?“. Kompozitne propozicije su zadaci koji uključuju konjunkciju u terminima veze između dvije propozicije. Pravilno razumijevanje kompozitne propozicije je ključno u rješavanju problema. Primjer takvog zadatka je sljedeći: „Jan je donio 56 bombona na svoju rođendansku zabavu. Na rođendanskoj zabavi je bilo 8 djece. Koliko bombona je svako od njih dobio ako su svi bomboni podijeljeni i sva djeca su dobila jednak broj bombona?“. Logički zadaci su zadaci koji se mogu smatrati „rekreativnim matematičkim zadacima“. Takvi zadaci imaju velik potencijal za promicanje logičkog mišljenja. Kako bi se riješio takav zadatak potrebno je izvoditi zaključke koristeći se lingvističkim i matematičkim znanjem. Primjerice: „Zamislila sam broj. Moj prijatelj je zamislio broj koji je veći od mog broja za 6. Ako uzmemo njegov broj i dodamo mu 3, dobit ćemo broj 39. Koji broj sam ja zamislila?“, „Nastavi niz: 102, 204, 306, 408,... i iznesi dano pravilo“, itd. Ovdje dani primjeri zadataka su osnovni, dalje se unutar istih kategorija dorađuju i unapređuju u smjeru zahtjevnosti.

#### **4.4. Odabir elemenata logičkog i kritičkog mišljenja za analizu udžbenika iz matematike**

Za potrebe ovoga rada izdvojiti će se elementi logičkog i kritičkog mišljenja na temelju kojih će se analizirati udžbenici razredne nastave iz predmeta Matematika. Cilj je provjeriti učestalost pojavljivanja navedenih elemenata i na temelju toga doći do zaključka je li u udžbenicima iz matematike dovoljno zastupljeno poticanje logičkog i kritičkog mišljenja kroz ponuđene zadatke. Odnosno, zaključiti u kojoj mjeri je optimalno koristiti se isključivo zadacima iz udžbenika u području razvoja navedenih mišljenja. Ovaj dio rada ne temelji se na znanstvenim činjenicama niti prethodnim istraživanjima. Na osnovu prethodne analize o logičkom i kritičkom mišljenju izvlače se elementi koji se smatraju najrelevantnijima i analiziraju u sklopu udžbenika.

##### *4.4.1. Elementi kritičkog mišljenja*

Za potrebe analize udžbenika subjektivno će se izdvojiti najrelevantniji elementi kritičkog mišljenja. Uzeti će se neke od osam vještina kritičkog mislioca po C. Wade. Wade je izdvojio relevantne vještine kada je riječ o kritičkom mišljenju, no nisu sve mjerive u kontekstu analize udžbenika. Stav za postavljanje pitanja bitan je element kritičkog mišljenja, no on nije relevantan kada je riječ o analizi udžbenika jer je to osobina pojedinca koju stječe nevezano uz rješavanje zadataka. Odnosno, za pojedine elemente ne može se vidjeti njihov razvoj kroz analizu udžbenika jer izrazito bitnu ulogu ima učitelj čiji pozitivni utjecaj potiče na razvoj vještine. U konkretnom slučaju radilo bi se o postavljanju pitanja od strane učitelja, diskusijama, analizama zadataka. Pozitivnom praksom stvorio bi se stav i navika kod učenika. Taj element bi mogao biti prisutan i u udžbenicima, u zadacima, no u potpunosti je odsutan. Definiranje pojmove i problema element je koji najviše karakteriziraju problemski zadaci. „Rješavanje problemskih zadataka najviši je oblik učenja, a sastoji se u otkrivanju odnosa i veza između danih podataka i rješenja zadaće. Pritom je aktivnost učenika maksimalna, a u traženju puta do rješenja on se susreće s manjim ili većim teškoćama. Da bi došao do cilja (rješenja), učenik se koristi prethodno usvojenim znanjima i stečenim iskustvima“ (Kadum, 2005: 33). Analiza ovog elementa uključivat će pregled količine problemskih zadataka, odnosno zadataka kojima je cilj

prepoznati problem, pronaći problem i riješiti ga. Također, ovaj element uključuje definiranje pojmove i iz tog razloga analiza će uključivati pronalazak zadataka koji uključuju definiranje pojmove, uspoređivanje pojmove, nuđenje vlastitih definicija, analize pojmove, informacija i gledišta kojim se dolazi do prepoznavanja problema (Buchberger). U ovaj element mogu se uključiti i zadaci koji uključuju povezivanje prethodnog znanja i novih informacija jer kritičko mišljenje uključuje sposobnost pronalaska načina rješavanja problema na temelju sakupljanja bitnih informacija, interpretiranja podataka, analiziranja prepostavki, ocjenjivanja i istraživanja dokaza i evaluacije argumenata te prepoznavanje postojanja ili nepostojanja logičkih poveznica između propozicija (Wade, 1995, prema Vec i Kompire, 2006). Element istraživanja dokaza za pojedinačno objašnjenje sljedeći je element kritičkog mišljenja koji će se analizirati. Provjeravat će se zadaci koji uključuju traženje dokaza za pojedino rješenje i predviđanje odgovora. Element analize prepostavki i stavova u pojedinačnim zaključcima neće se koristiti u analizi udžbenika jer se smatra nerelevantnim u tom kontekstu, a dio tog elementa zastupit će se u elementu izbjegavanje pretjeranog pojednostavljivanja. Za element izbjegavanja emocionalnog zaključivanja izrazito je bitan učitelj jer ga on u najvećoj mjeri potiče. Iako, kritičko mišljenje uključuje i sposobnost formiranja stavova i zastupanje ideja te sposobnost opravdanja tih stavova i gledišta (Buchberger, 2012). U ovom kontekstu bitno je izbjegavanje emocionalnog zaključivanja pa će se radi toga u analizi pregledavati zadaci kojima se provjerava izbjegavanje emocionalnog zaključivanja. Izbjegavanje pretjeranog pojednostavljenja sljedeći je element koji će se analizirati. Pregledavat će se zadaci koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnji i zaključaka. Također, ovdje spadaju i zadaci u kojima je potrebno opravdati vlastiti zaključak pa će se u udžbenicima i oni pretraživati. Toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojava element je koji uključuje zadatke s više rješenja ili načina za dolazak do rješenja te zadatke koji uključuju analizu rješenja. Na taj način, učenik postaje svjestan postojanja različitih interpretacija te da nije samo jedna nužno istinita. Iz tog razloga, ovaj element je sljedeći u analizi udžbenika. Zadnji element kritičkog mišljenja koji će se analizirati je dopuštanje nedorečenosti, otvorenost. Dopuštanje nedorečenosti, otvorenost element je koji se može poticati zadacima otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se bira koje koristiti, itd. Takav tip zadataka će se pretraživati unutar udžbenika. U tablici 1 može se pregledno vidjeti svi elementi kritičkog

mišljenja koji će se analizirati te tip zadataka koje će se pretraživati u kontekstu pojedinog elementa.

**Tablica 1: Popis elemenata i zadataka za analizu kritičkog mišljenja**

<b>Element za analizu kritičkog mišljenja</b>	<b>Tip zadataka</b>
Definiranje pojmova i problema	<p>Problemski zadaci koji uključuju analizu pojmoveva, informacija i gledišta kojim se dolazi do prepoznavanja problema.</p> <p>Zadaci koji uključuju povezivanje prethodnog znanja i novih interpretacija.</p> <p>Zadaci koji uključuju definiranje pojmoveva.</p> <p>Zadaci koji uključuju uspoređivanje pojmoveva.</p> <p>Zadaci koji uključuju nuđenje vlastitih definicija.</p>
Istraživanje dokaza za pojedinačno rješenje	<p>Zadaci koji uključuju traženje dokaza za pojedino rješenje.</p> <p>Zadaci koji uključuju predviđanje odgovora.</p>
Izbjegavanje emocionalnog zaključivanja	Zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova.
Izbjegavanje pretjeranog pojednostavljivanja	<p>Zadaci koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnjii i zaključaka.</p> <p>Zadaci koji uključuju opravdavanje vlastitih zaključaka.</p>
Toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojava	<p>Zadaci s više rješenja ili načina za dolazak do rješenja.</p> <p>Zadaci koji uključuju analizu rješenja.</p>
Dopuštanje nedorečenosti, otvorenost	Zadaci otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se mora odabratkoje koristiti, itd.

#### 4.4.2. Elementi logičkog mišljenja

Osim elemenata kritičkog mišljenja, analizirat će se i elementi logičkog mišljenja. Za potrebe toga, subjektivno će se izdvojiti najrelevantniji elementi logičkog mišljenja. Induktivno i deduktivno zaključivanje te matematičko mišljenje elementi su koji se usko provlače kroz pojam logičkog mišljenja te će se analizirati kao takvi. Induktivno zaključivanje prvi je element koji će se analizirati u kontekstu udžbenika i pretraživati će se zadaci koji uključuju induktivno zaključivanje i njegovo poticanje, što se tipično može ostvarivati kroz projektne zadatke. Pretraživati će se zadaci koji uključuju donošenje generalizacija, zadaci koji uključuju uočavanje uzoraka te zadaci koji uključuju donošenje pravila na temelju uzoraka. Drugi element koji će se analizirati je deduktivno zaključivanje, odnosno pretraživati će se zadaci koje je potrebno riješiti korištenjem netrivialnog deduktivnog zaključivanja i zadatke koji potiču deduktivno zaključivanje. Ono uključuje zadatke koji sadrže dovođenje zaključaka na temelju generalizacija, odnosno premisa, te zadatke koji sadrže pitanje zašto, a traže odgovore u obliku činjenica. Opravdavanje svojih zaključaka izrazito je bitan element logičkog mišljenja te će se tretirati kao takav. U sklopu elementa deduktivno zaključivanje pretraživati će se zadaci koji uključuju opravdavanje svojih rješenja i zaključaka. U prethodnim poglavljima isticalo se kao bitno argumentiranje kroz proces rješavanja problemskih zadataka. Obrazlaganje svih zaključaka je ključno u razvijanju logičkog mišljenja, no rješavanje problemskih zadataka uključuje jednu višu razinu mišljenja, a time i korištenja logike i logičkog mišljenja. Iz tog razloga, problemski zadaci će biti sljedeći tip zadataka koji će se pretraživati pri analizi udžbenika. Kako je izrazito bitno obrazlaganje kako se došlo do rješenja takvog tipa zadataka, promatrati će se kao element deduktivnog zaključivanja. Treći element koji će se analizirati je matematičko mišljenje. Njegova analiza uključivati će pretraživanje zadataka koji uključuju simbole, veze među simbolima, matematičke zakone, brojeve, krivulje, itd. čije je poznavanje potrebno kako bi se riješio matematički zadatak. Također, u kontekstu matematičkog mišljenja, pretraživati će se zadaci koji uključuju zaključivanje odnosa jednog ili više elemenata. Sljedeći element koji će se analizirati su logičko kombinatorni modeli rješavanja zadataka. Razlog tomu je što logičko kombinatornim modelima rješavanja zadataka, pokrećemo kod učenika logičko mišljenje jer takve zadatke rješavaju formiranjem odgovarajućih algoritama misaonih zadataka. Pretraživati će se zadaci koji uključuju rješavanje metodom logike, metodom nagađanja, provjere i ispravke te metodom skupova. Još jedan element koji će se analizirati je količina (kvalitetnih) matematičkih igara i zagonetki. Poznato je da takvi tipovi zadataka uvelike potiču logičko mišljenje te je iz tog

razloga bitno odrediti učestalost pojavljivanja takvih (kvalitetnih) zadataka unutar udžbenika. Kod logičkog mišljenja isto je kao i kod kritičkog izrazito bitno izbjegavanje emocionalnog zaključivanja. Iz tog razloga element izbjegavanja emocionalnog zaključivanja i zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova će se analizirati i u kontekstu logičkog mišljenja. U tablici 2 može se pregledno vidjeti sve elemente logičkog mišljenja koji će se analizirati te tip zadataka koje će se pretraživati u kontekstu pojedinog elementa.

**Tablica 2: Popis elemenata i zadataka za analizu logičkog mišljenja**

Element za analizu logičkog mišljenja	Tip zadataka
Induktivno zaključivanje	Zadaci koji uključuju donošenje generalizacija. Zadaci koji uključuju uočavanje uzoraka. Zadaci koji uključuju donošenje pravila na temelju uzoraka.
Deduktivno zaključivanje	Zadaci koji uključuju donošenje zaključaka na temelju generalizacija, odnosno premsa. Zadaci koji sadrže pitanje zašto, a traže odgovore u obliku činjenica. Zadaci koji uključuju obrazlaganje vlastitih rješenja i zaključaka. Problemski zadaci.
Matematičko mišljenje	Zadaci koji uključuju simbole, veze među simbolima, matematičke zakone, brojeve, krivulje itd. kako bi se riješio matematički problem. Zadaci koji uključuju zaključivanje odnosa jednog ili više elemenata.
Izbjegavanje emocionalnog zaključivanja	Zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova.
Matematičke zagonetke i igre	
Logičko-kombinatorni modeli rješavanja zadataka	Zadaci koji uključuju rješavanje metodom logike, metodom nagadanja, provjere i ispravke te metodom skupova.

Osim navedenih elemenata logičkog i kritičkog mišljenja, analizirat će se količina istih zadataka unutar udžbenika. Odnosno, gledati će se jesu li zadaci raznoliki ili se ponavljaju zadaci istoga tipa. U prošlom poglavlju se moglo vidjeti kako rješavanje poznatih zadataka često ne zahtijeva nikakve vrste konceptualnog razumijevanja (Boesen i suradnici, 2010, prema Berisha i Bytyqi, 2020). Iz tog razloga, promatrati će se u kojoj mjeri se „isti“ zadaci ponavljaju. Učenici bi trebali biti sposobni snaći se u novim tipovima zadataka koristeći se stečenim znanjem i vještinama. Ovo bi trebao biti jedan od ciljeva koji će se moći postići i provjeriti jedino na način da se rješavaju zadaci takvog tipa, odnosno novi zadaci s kojima učenici nisu upoznati (Kovač, 2004). Još jedna relativno slična stavka će se pretraživati u analizi, a to je količina nekonvencionalnih zadataka. Nekonvencionalni zadaci su zadaci više kognitivne zahtjevnosti i kao takvi razvijaju pojedinčivo logičko i kritičko mišljenje. Javlja se pitanje u kojoj mjeri se oni pojavljuju u udžbenicima iz matematike i u kojem obliku. Ovo pitanje također će se pregledavati u analizi.

#### **4.5. Udžbenici iz Matematike**

Analizirati će se nekolicina udžbenika iz matematike za koje su se u najvećem broju opredijelile škole sa područja Rijeke. Analiziralo se petnaest škola sa područja Rijeke: OŠ Brajda, OŠ Centar, OŠ Eugen Kumičić, OŠ Fran Franković, OŠ Gornja Vežica, OŠ Ivana Zajca, OŠ Kozala, OŠ Nikola Tesla, OŠ Pehlin, OŠ Pećine, OŠ Podmurvice, OŠ Srdoči, OŠ Trsat, OŠ Turnić i OŠ Vladimir Gortan. Udžbenici koje navedene škole koriste su: Moj sretni broj 1, 2, 3 i 4, Otkrivamo matematiku 1, 2, 3 i 4, Matematika 1, 2, 3 i 4, Matematička mreža 1, 2 i 3, Nina i Tino 1, 3 i 4 i Super matematika za prave tragače 1, 2 i 3. Kada je riječ o prvom razredu osnovne škole, kao što se može vidjeti u Tablici 3, navedene škole u najvećoj mjeri koriste udžbenik Moj sretni broj 1. Čak devet škola odlučilo se za taj udžbenik. Identična situacija je kada je riječ o drugom, trećem i četvrtom razredu osnovne škole. Za Moj sretni broj 2 odlučilo se deset škola, za Moj sretni broj 3 sedam škola, a za Moj sretni broj 4 sedam škola. Drugi udžbenici za koje se odlučio velik broj škola su Otkrivamo matematiku 1, 2, 3 i 4.

**Tablica 3: Popis udžbenika**

<b>1. razred</b>		<b>2. razred</b>		<b>3. razred</b>		<b>4. razred</b>	
Udžbenik	Broj	Udžbenik	Broj škola	Udžbenik	Broj	Udžbenik	Broj

	škola				škola		škola
Moj sretni broj 1	9	Moj sretni broj 2	10	Moj sretni broj 3	7	Moj sretni broj 4	7
Otkrivamo matematiku 1	5	Otkrivamo matematiku 2	5	Otkrivamo matematiku 3	5	Otkrivamo matematiku 4	5
Matematika 1	3	Matematika 2	1	Matematika 3	2	Matematika 4	1
Matematička mreža 1	1	Matematička mreža 2	2	Matematička mreža 3	2	Matematička mreža 4	/
Nina i Tino 1	1	Nina i Tino 1	/	Nina i Tino 3	1	Nina i Tino 4	4
Super matematika za prave tragače	1	Super matematika za prave tragače	1	Super matematika za prave tragače 3	3	Super matematika za prave tragače 4	/

Ovisno o dostupnosti materijala, ali i udžbenicima koji se najviše koriste na području grada Rijeka, izabrali su se udžbenici za analizu. Na temelju toga analizirati će se slijedeći udžbenici: *Moj sretni broj 1, Matematičke priče 1, Matematička mreža 1, Otkrivamo matematiku 1, Moj sretni broj 2, Matematičke priče 2, Moj sretni broj 3 i Moj sretni broj 4.*

#### 4.5.1. *Moj sretni broj 1*

Prolista li se udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole *Moj sretni broj 1*, vidjet će se da gotovo svaka stranica izgleda jednako. Zadaci sa puno ilustracija, podosta naguranih jedne na druge, doimaju se pomalo nepregledni, itd. Detaljnijom analizom udžbenika otkrit će se da to nije daleko od istine. Udžbenik nudi izrazito velik broj zadataka koji se ponavljaju, odnosno rješavaju na isti način. Kada je riječ o obradi brojeva, zadaci koje udžbenik nudi su izrazito elementarni. Obrada svakog broja uključuje isti tip zadataka. Primjerice, zadatke u kojima je samo potrebno upisati pojedini broj te zadatke u kojima je potrebno nacrtati broj stvari ili napisati koliko stvari se nalazi u pojedinom skupu stvari. Ista stvar se pojavljuje kada je riječ o zbrajanju i oduzimanju brojeva. Zahtjevniji kognitivni zadaci nisu prisutni. Istina je da nije ni potrebno dati prezahtjevne zadatke s obzirom da je riječ o djeci prvog razreda osnovne škole, no činjenica je da se ponavljaju zadaci koji se rješavaju na isti način. To ne zahtjeva prevelik napor učenika, a ne osigurava sigurnost shvaćanja određenog gradiva jer takve zadatke učenici rješavaju po šabloni s kojom su upoznati. Ne koriste se niti logičkim niti kritičkim mišljenjem kako bi došli do rješenja već ih rješavaju rutinski. Ovaj udžbenik sam po sebi neće postići maksimalan razvoj pojedinčevog logičkog i kritičkog mišljenja. Učitelj bi se trebao koristiti

dodatnim materijalima kako bi motivirao učenike da više promišljaju. Pogledaju li se elementi za analizu logičkog i kritičkog mišljenja i njihova pojava u udžbeniku, rezultat je podosta razočaravajući. Prvih devedeset stranica udžbenika, nije se pojavio niti jedan problemski zadatak, ali niti zadatak za čije je rješavanja potrebna nešto viša razina kognitivnih sposobnosti. Nakon devedesete stranice javljaju se problemski zadaci. Prvo se pojavljuju u nastavnoj jedinici koja je u potpunosti posvećena zadacima s riječima, a nakon toga su ukomponirani u daljnje gradivo koje se obrađuje. Problemski zadaci su podosta raznoliki, ponavljaju se, ali ne u većoj mjeri, a što se više ide prema kraju udžbenika, to zadaci postaju kognitivno zahtjevniji. Kada je riječ o zadacima koji uključuju povezivanje prethodnog gradiva i novih interpretacija, oni su zastupljeni u najvećoj mjeri. Ovo je i logično jer za svaki zadatak je potrebno osvijestiti neko prijašnje naučeno gradivo kako bi ga se riješilo. Osim zadatka koji uključuju povezivanje prethodnog gradiva, zadaci se u većoj mjeri pokušavaju povezati sa stvarnim svjetom. Zadaci koji uključuju definiranje pojmove nisu prisutni. Ovo može biti iz razloga što djeca prvog razreda još uvijek ne znaju pisati, ali i iz razloga što gradivo koje uče ne zahtjeva u većoj mjeri definiranje pojmove. Naravno, bilo bi poželjno uključiti barem pokoji zadatak ovog tipa. Prisutni su zadaci koji uključuju uspoređivanje pojmove. Oni se mogu vidjeti u obliku zaokruživanja i crtanja sličnih predmeta, uspoređivanju skupova, a kasnije i kod nastavne teme uspoređivanje brojeva nakon koje se gradivo primjenjuje u većoj mjeri. Zadaci koji uključuju nuđenje vlastitih definicija nisu prisutni. Ovime bi se dalo zaključiti da je element *definiranja pojmove i problema* zastupljen polovično. Elementi *istraživanje dokaza za pojedinačno rješenje i izbjegavanje emocionalnog zaključivanja* nisu uopće zastupljeni. Zadaci koji uključuju traženje dokaza za pojedino rješenje, predviđanje odgovora, zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova nisu prisutni. Element *izbjegavanje pretjeranog pojednostavljivanja* prisutan je jedino u obliku zadatka „Zaokruži je li tvrdnja točna ili netočna“. Zadaci koji uključuju opravdavanje vlastitih zaključaka nisu prisutni, no učiteljica može analizom zadatka tražiti od učenika da opravda kako je došao do rješenja pojedinog zadatka. Elementi *toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojava i dopuštanje nedorečenosti, otvorenost* nisu prisutni. U udžbeniku ne postoje zadaci s više rješenja ili načina za dolazak do rješenja, zadaci koji uključuju analizu rješenja te zadaci otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se mora odabratko koristiti, itd. Ovime bi se dalo zaključiti da su zadaci koji potiču razvoj kritičkog mišljenja zastupljeni u izrazito maloj mjeri te

da se bez značajne učiteljeve pomoći i korištenjem drugih materijala pojedinčevo kritičko mišljenje neće razviti u onoj mjeri u kojoj bi trebalo. Kada je riječ o logičkom mišljenju, zadaci koji ga potiču su zastupljeni u nešto većoj mjeri. Element *induktivnog zaključivanja* zastupljen je uvelike u obliku zadataka koji uključuju uočavanje uzoraka te donošenje pravila na temelju uzoraka. Takvi zadaci pojavljuju se u obliku nastavljanja niza, križanja uljeza, itd. gdje je potrebno uočiti uzorak koji se nalazi i na temelju njega, ispravno riješiti zadatak. Ovime se zaključuje da je element *induktivnog zaključivanja* dovoljno zastupljen unutar udžbenika. Zadaci koji uključuju donošenje zaključaka na temelju generalizacija, odnosno premissa, zadaci koji sadrže pitanje zašto, a traže odgovore u obliku činjenica i zadaci koji uključuju opravdavanje svojih rješenja i zaključaka nisu zastupljeni unutar udžbenika. Razlog tome može biti težina gradiva koja u prvom razredu nije u tolikoj mjeri zahtjevna, no barem jedan zadatak tih tipova bi se trebao nalaziti unutar udžbenika. Problemski zadaci su zastupljeni pred kraj udžbenika. Time se zaključuje da je element deduktivnog zaključivanja slabo zastupljen unutar udžbenika. Matematičko mišljenje zastupljeno je u svakom obliku matematičkog zadatka, a samim time i u ovome udžbeniku. Nalaze se zadaci koji uključuju brojeve, uspoređivanje brojeva, zbrajanje i oduzimanje, povezivanje riječi i simbola, krivulje, itd. Dalo bi se zaključiti da je naglasak udžbenika na poticanju matematičkog mišljenja u najosnovnijem smislu. Element izbjegavanja emocionalnog zaključivanja nije uopće zastupljen te se u udžbeniku ne mogu pronaći zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova. Također, elementi matematičke zagonetke i igre i logičko kombinatorni modeli rješavanja zadataka nisu zastupljeni u ovom udžbeniku. Svi zadaci su postavljeni na jednak način, ne postoje zagonetke niti igre kojima bi se dodatno angažiralo i motiviralo učenike. Također, od svih zadataka se očekuje da ih se rješava na uobičajen način. Niti jedan zadatak ne traži da ga se riješi metodom logike, metodom nagađanja, provjere i ispravke te metodom skupova. Kao i kritičko mišljenje, logičko mišljenje kod učenika neće se razviti isključivo rješavajući zadatke iz ovog udžbenika. Učitelj bi ga trebao poticati, ali i davati veći broj raznolikih zadataka, zadataka koji se rješavaju na druge načine, zadataka koji zahtijevaju veću razinu kognitivnih sposobnosti i zadataka koji se smatraju nekonvencionalnim (Jakovljević Rogić, Miklec i Prtajin, 2021).

*Moj sretni broj 1* iz 2021. godine treće je izdanje udžbenika *Moj sretni broj 1*. Javlja se pitanje razlike između prvog i trećeg izdanja udžbenika, odnosno jesu li se u treće izdanje udžbenika ubacili sadržaji koji potiču razvoj logičkog i kritičkog mišljenja. Prvi pogled na udžbenike

otkriva da starije izdanje udžbenika ima deset stranica manje od novog izdanja. Ovo bi moglo ukazivati na ubacivanje većeg broja zadataka, što bi moglo doprinijeti i većoj raznovrsnosti zadataka i potencijalnom većem broju zadataka koji potiču logičko i kritičko mišljenje. Prvih trideset stranica oba udžbenika sadrže jednake zadatke. Jedino u čemu se udžbenici razlikuju je boja teksta i sličica te njihovog lociranja na stranicama koji je u novijem izdanju udžbenika nešto pregledniji jer su se sličice smjestile u sredinu stranice, a tekst na vidljivije mjesto od onog u starijem izdanju udžbenika. Nakon tridesete stranice javljaju se nešto „veće“ promjene. Primjerice, preformuliraju se zadaci koji su pogrešno postavljeni jer se ne razumije što se u njima treba napraviti. Novo izdanje udžbenika ispravilo je te zadatke. Također, redoslijed zadataka je malo drugačije postavljen, odnosno prvo su postavljeni jednostavniji zadaci, a nakon toga zahtjevniji. Primijenjena je metoda od lakšeg prema težem. Nekoliko zadataka je promijenjeno u kontekstu različitosti. Primjerice u starijoj verziji udžbenika kod obrade broja nula slijedi niz zadataka u kojima se od nekog broja oduzima nula. U novijoj verziji promijenjeno je na način da se od nekih brojeva oduzima nula, a u drugim zadacima se oduzimanjem dolazi do rješenja nula. Ovo je primijenjeno na veći broj zadataka unutar nove verzije udžbenika. Kada je riječ o kvalitetnijem metodološkom oblikovanju udžbenika, nova verzija udžbenika je preglednija, logičnije su postavljeni zadaci, prepravljene su sitne greške u oblikovanju zadataka te je djelomično umanjen broj jednakih zadataka. Usporedbom ova dva udžbenika ne pronalazi se prevelika razlika u zadacima unutar njih. Kada je riječ o logičkom i kritičkom mišljenju, novija verzija udžbenika nije se unaprijedila u niti jednom elementu osim u umanjivanju zadataka istog tipa, a i taj dio nije se uvelike promijenio. Kada je riječ o deset dodatnih stranica unutar novije verzije udžbenika, one su utrošene na završnu skriptu pod naslovom „Znam“ u kojoj se nalazi sažeti pregled gradiva koji se obrađivao unutar udžbenika. Također, u noviju verziju udžbenika dodana je tablica koja prikazuje nastavne teme i ishode koji su ostvareni u odnosu na pojedinu nastavnu temu (Jakovljević Rogić, Miklec i Prtajin, 2019; Jakovljević Rogić, Miklec i Prtajin, 2021).

#### 4.5.2. Matematičke priče 1

*Matematičke priče 1* udžbenik je matematike za prvi razred osnovne škole. S obzirom na manjih broj zadataka, uspoređujući s udžbenikom *Moj sretni broj 1*, udžbenik *Matematičke priče 1* kognitivno je zahtjevniji. Od učenika se više očekuje razmišljanje i povezivanje s prethodnim

gradivom. Primjerice kod obrade geometrijskih tijela, točnije piramide, i u udžbeniku *Moj sretni broj 1* i udžbeniku *Matematičke priče 1* traži se od učenika da zaokruže sve predmete koje nalikuju piramidi. Razlika je što u udžbeniku *Matematičke priče 1* učenici moraju birati između neočitijih predmeta. U udžbeniku *Moj sretni broj 1* javljaju se očiti predmeti koji nalikuju na piramidu, a ostali predmeti su potpuno suprotnih oblika dok u udžbeniku *Matematičke priče 1* možemo vidjeti predmete sličnih oblika piramidi, poput stošca, gdje učenici moraju pomnije razmisliti koje predmete zaokružiti. Unatoč nekolicini zadataka koji su kognitivno zahtjevniji u odnosu na slične zadatke iz udžbenika *Moj sretni broj 1*, udžbenik *Matematičke priče 1* ima izrazito malen broj zadatka. U prosjeku, javljaju se tri zadatka po pojedinoj nastavnoj temi. Ti zadaci su izrazito elementarni i služe jedino u svrhu savladavanja danog gradiva. S druge strane, pogleda li se da udžbenik služi razumijevanju gradiva te njegovoj obradi, javljaju se zadaci koji mogu biti kognitivno preteški s obzirom da se pojedino gradivo tek usvaja. Malen je broj zadatka te se javljaju poteškoće u biranju zadatka koji su najprikladniji za obradu nastavne teme. Moguće je da ovom udžbeniku nedostaje veći broj zadatka i to još elementarnijih zadataka koji služe za uvježbavanje gradiva. Dani zadaci su kognitivno prezahtjevni za obradu, a prejednostavnji za višu razinu razumijevanja gradiva. U udžbeniku se javlja velik broj problemskih zadatka, posebice u nastavnim temama koje uključuju zbrajanje i oduzimanje. Također, postoji velik broj zadatka koji uključuju povezivanje prethodnog znanja i novih interpretacija. Zadataka koji uključuju definiranje pojmove ne može se pronaći u ovom udžbeniku. Zadataka koji uključuju uspoređivanje pojmove ima poprilično puno. Oni u najvećoj mjeri uključuju uspoređivanje između geometrijskih tijela te uspoređivanje dva broja. U udžbeniku ne postoji niti jedan zadatak koji uključuje nuđenje vlastitih definicija. Na temelju pregledanih tipova zadataka koji spadaju pod element definiranje pojmove i problema, može se zaključiti da je on polovično zastavljen u udžbeniku. Zadaci koji uključuju traženje dokaza za pojedino rješenje, koji uključuju predviđanje odgovora, koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova, koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnji i zaključaka, koji uključuju opravdavanje vlastitih zaključaka, zadaci s više rješenja ili načina za dolazak do rješenja, koji uključuju analizu rješenja i zadaci otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se mora odabratko koristiti, itd. ne postoje unutar udžbenika. Na temelju toga, može se zaključiti da elementi istraživanje dokaza za pojedinačno rješenje, izbjegavanje emocionalnog zaključivanja, izbjegavanje

pretjeranog pojednostavljinjanja, toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojava i dopuštanje nedorečenosti, otvorenost nisu uopće zastupljeni unutar udžbenika. Jedini element kritičkog mišljenja koji je zastupljen u ovom udžbeniku je definiranje pojmove i problema. Ovime bi se moglo zaključiti da se uporabom isključivo ovog udžbenika neće razviti pojedinčevu kritičku mišljenje, odnosno razvit će se samo polovično u kontekstu elementa definiranje pojmove i problema. Kada je riječ o elementima logičkog mišljenja, javlja se isti zaključak da su zadaci koji potiču logičko mišljenje nedovoljno zastupljeni. Element induktivno zaključivanje zastupljen je u manjoj mjeri. U udžbeniku se može pronaći manji broj zadataka koji uključuju uočavanje uzoraka i donošenje generalizacija. Zadaci koji uključuju donošenje pravila na temelju uzoraka nisu uopće zastupljeni. Od tipova zadataka koji spadaju pod element deduktivnog zaključivanja, javljaju se jedino problemski zadaci. Ostali tipovi zadataka nisu zastupljeni a time je element deduktivno zaključivanje prisutan minimalno. Matematičko mišljenje je kao i u udžbeniku *Moj sretni broj 1* najviše zastupljeno te ono također uključuje zadatke koji uključuju brojeve, uspoređivanje brojeva, zbrajanje i oduzimanje, povezivanje riječi i simbola, krivulje, itd. Elementi izbjegavanje emocionalnog zaključivanja i logičko kombinatorni modeli rješavanja zadataka nisu uopće zastupljeni. Udžbenik dolazi uz dvije matematičke igre: „igra asocijacije“ i „igra gumbek“. „Igra asocijacije“ uključuje znanje iz matematike koje se odnosi na poznavanje tablica, odnosno uspješno snalaženje unutar tablice u odnosu na broj redova i stupaca. Matematičko znanje se koristi u korelaciji s igranjem, odnosno opisivanjem slika koje se nalaze u tablici. Povezuje se znanje Matematike, Hrvatskog jezika, ali i Prirode i društva koji su stavljeni u kontekst igre. Druga igra „igra gumbek“ uključuje znanje zbrajanja i oduzimanja jednoznamenkastih brojeva i zbrajanja dvoznamenkastih brojeva. Učenici kroz igru ponavljaju gradivo matematike. Kako su *matematičke igre* jedan od elemenata logičkog mišljenja, moglo bi se reći da je ovaj udžbenik zastupio taj element. Finalni zaključak vezan uz ovaj udžbenik bio bi da elementi logičkog i kritičkog mišljenja nisu ni približno dovoljno zastupljeni. Koristeći se samo ovim udžbenikom, učenici neće razviti svoje sposobnosti logičkog i kritičkog mišljenja. Kako bi se osigurao njihov razvoj, učiteljice bi trebale posegnuti za dodatnim materijalima koji su bolje opremljeni tipovima zadataka koji potiču razvoj logičkog i kritičkog mišljenja (Cindrić i Polak, 2018).

#### 4.5.3. *Otkrivamo matematiku 1*

*Otkrivamo matematiku 1* radni je udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole. Udžbenik je podijeljen u dva dijela i uz njega škole ne koriste odgovarajuću radnu bilježnicu. Pogledaju li se elementi kritičkog mišljenja, velik broj zadataka koji spadaju pod pojedini element kritičkog mišljenja su zastupljeni. Ima izrazito velik broj problemskih zadataka. Problemski zadaci, različitog su tipa, sadržaja i kompleksnosti. Postoje elementarniji zadaci, ali i oni ponešto zahtjevniji. Postoji dio u udžbeniku s naslovom „znam više, mogu više“ na kojem se nalaze kompleksniji zadaci koji sadrže elemente logičkog i kritičkog mišljenja. Većina zadataka je problemskog tipa, potrebno je iskoristiti naučeno znanje u novim situacijama, logički doći do zaključka, odnosno rješenja zadatka, itd. Ti zadaci su kognitivno zahtjevniji i potrebno je kritički i logički promišljati kako bi se došlo do rješenja. Također, postoji velik broj zadataka koji uključuju povezivanje prethodnog znanja i novih interpretacija. Prisutni su zadaci u kojima je potrebno uočiti uzorak i pravilno nastaviti niz, uočiti uzorak i povezati predmete na temelju uzorka, povezati sa stvarnim životom kako bi se uspješno riješio zadatak, itd. Prisutni su i zadaci u kojima je potrebno definirati pojmove, ali u nešto manjoj mjeri. Zadatak koji uključuju uspoređivanje pojmoveva ima izrazito puno. Oni se nalaze u obliku zadataka u kojima je potrebno uočiti i opisati sličnosti i razlike predmeta i pojmoveva. Zadaci koji uključuju nuđenje vlastitih definicija nisu prisutni te je to jedini tip zadataka elementa definiranje pojmoveva i problema koji nije zastupljen u ovom udžbeniku. Moglo bi se zaključiti da je element definiranje pojmoveva i problema izrazito uspješno zastupljen u ovom udžbeniku. Zadaci koji uključuju traženje dokaza za pojedino rješenje prisutni su u obliku zadataka koji uključuju da se zadatak riješi unutar udžbenika, ali i uz pomoć manipuliranja objektima. Ovo se posebice vidi u području geometrije. Zadaci koji uključuju predviđanje rješenja nisu prisutni. Ovime bi se dalo zaključiti da je element istraživanje dokaza za pojedinačno rješenje zastupljen polovično. Element izbjegavanje emocionalnog zaključivanja nije zastupljen u ovom udžbeniku te nisu prisutni zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova. Zadaci koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnji i zaključaka prisutni su u obliku zadataka gdje je potrebno procijeniti koji zadaci su ispravno riješeni, zadataka zaokruživanja točno netočno gdje se mora procijeniti jesu li tvrdnje ispravne, itd. Zadaci koji uključuju opravdavanje vlastitih zaključaka su također prisutni. Oni se najviše mogu vidjeti u zadacima koji potiču govor kojima se nastoji poticati učenike da obrazlažu svoja rješenja, pronalaze sličnosti i razlike, a pritom razvijaju i sposobnost izražavanja. Također, ovi zadaci se nalaze u obliku pitanja gdje učenici moraju

objasniti kako su došli do pojedinog rješenja. Na temelju toga može se zaključiti da je element izbjegavanje pretjeranog pojednostavljivanja uvelike prisutan. Zadaci s više rješenja ili načina za dolazak do rješenja prisutni su u obliku zadataka koji uključuju manipuliranje objektima kako bi se došlo do rješenja te zadatke u kojima je više rješenja ispravno. Zadaci koji uključuju manipuliranje objektima najviše se pojavljuju kod gradiva geometrije, a zadaci s više rješenja kod obrade brojeva. Zadaci koji uključuju analizu rješenja prisutni su u obliku zadataka koji od učenika traže da objasne kako su došli do rješenja. Na temelju ovoga može se zaključiti da je *element toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojava* uvelike prisutan. Zadaci otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se mora odabrati koje koristiti, itd. također se pojavljuju u udžbeniku i to poprilično često. Ovime se može zaključiti da je element dopuštanje nedorečenosti, otvorenost prisutan u ovom udžbeniku. Svi elementi kritičkog mišljenja, osim elementa izbjegavanje emocionalnog zaključivanja, su prisutni u ovom udžbeniku. Potrebno bi bilo nadodati zadatke koji uključuju predviđanje rješenja, nuđenje vlastitih definicija te zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova. Osim toga, može se zaključiti da zadaci unutar ovog udžbenika veoma uspješno potiču učenikovo kritičko mišljenje i da je udžbenik kvalitetan u tom pogledu. Zadaci koji uključuju uočavanje uzoraka i donošenje pravila na temelju uzoraka su uvelike prisutni u ovome udžbeniku. To su zadaci koji uključuju zaključivanje jednog ili više odnosa među predmetima. U ovom području se javljaju i poneki kompleksniji zadaci poput onih koji od učenika zahtijevaju da spoje koje geometrijsko tijelo nastaje spajanjem određenih likova. Potrebno je razložiti geometrijsko tijelo na geometrijske likove od kojih se pojedino tijelo sastoji što učenici nisu prije učili već je potrebno da logički zaključe na temelju znanja koje posjeduju. U udžbeniku se javljaju i zadaci koji uključuju donošenje generalizacija čime se može zaključiti da je element induktivno zaključivanje u potpunosti prisutan. Problemski zadaci su uvelike prisutni kao i zadaci koji uključuju opravdavanje svojih rješenja i zaključaka. Zadaci koji sadrže pitanje zašto, a traže odgovore u obliku činjenica prisutni su, ali u manjoj mjeri. Odnosno takvih zadataka ima unutar udžbenika, ali se pojavljuju rijetko. Deduktivno zaključivanje je kao element logičkog mišljenja izrazito prisutan u ovom udžbeniku. Kao i kod preostalih udžbenika, matematičko mišljenje je izrazito zastupljeno i postoje svi tipovi zadataka koji se odnose na matematičko mišljenja. Jedini element logičkog mišljenja koji nije zastupljen unutar udžbenika su matematičke igre i zagonetke. Logičko kombinatorni modeli rješavanja zadataka su

djelomično prisutni. Odnosno prisutna su dva od tri modela rješavanja. Većina zadatakih problemskih zadataka rješava se metodom logike, a postoji i velik broj zadataka koji se rješavaju metodom nagađanja, provjere i ispravke. Metoda skupova nije prisutna. Svime ovime dalo bi se zaključiti da je logičko mišljenje poprilično kvalitetno zastupljenu u ovom udžbeniku, no ne bi bilo loše uključiti tipove zadataka koji nedostaju, a potiču razvoj logičkog i kritičkog mišljenja. Ovo je prvi analizirani udžbenik čija samostalna upotreba doprinosi većem razvoju logičkog i kritičkog mišljenja. Nakon svake cjeline postoji tablica za samoevaluaciju. Kod biranja elemenata za analizu nije izdvojena samoevaluacija kao element kritičkog mišljenja, no u prijašnjem tekstu o kritičkom mišljenju može se vidjeti da je samoevaluacija bitan dio kritičkog mišljenja koji stvara objektivnost prema vlastitom radu. Ovaj udžbenik je uspješno zastupio taj element. *Otkrivamo matematiku 1* udžbenik je koji sadrži velik broj zanimljivih zadataka, zadataka koji su raznoliki, koji se samostalno rješavaju uz praktični rad, itd. Ovaj udžbenik poprilično je kognitivnije zahtjevniji od preostalih udžbenika u prvom razredu osnovne škole koji su analizirani u ovome radu. Ovo se odnosi na prisutne zadatke, ali i gradivo. Primjerice kod obrade geometrijskih tijela, u udžbeniku *Otkrivamo matematiku 1* spominju se i geometrijski likovi od kojih se sastoje geometrijska tijela. Također, kod obrade nastavne teme crta, spominje se više vrsta crta, itd. Unutar udžbenika mogu se pronaći zadaci koji se rade u paru ili skupini, zadaci koji potiču govor, zadaci koje je potrebno izraditi s materijalom te zadaci za super matematičare. Zadaci koje je potrebno riješiti koristeći se materijalom potiču učenikovo logičko mišljenje. Učenici rješavaju zadatke modeliranjem. Ovo se posebice odnosi na nastavne teme koje uključuju geometriju. „Zadaci za super matematičare“ obično su kompleksniji zadaci koji potiču logičko i kritičko mišljenje. Zadatak u kojem je potrebno povezati kocku, kvadar i piramidu s njihovom maketom. Ovaj zadatak povezan je s manipuliranjem materijala i također potiče logičko/kritičko mišljenje. Prvi udžbenik koji uključuje kvadre koji su nekonvencionalni, odnosno za koje učenici moraju razmisliti radi li se o kvadru ili nekom drugom geometrijskom tijelu. Puno manipuliranja objektima. Udžbenik je iz 2019. godine i na njemu se nalazi oznaka „ogledno izdanje“ i to u potpunosti opravdano. Udžbenik je fantastično zamišljen, potiče razmišljanje, samostalan rad i dolaženje do odgovora, zadaci su kognitivno raznoliki, ima ih velik broj, zanimljivi su, kreativni i ne ponavlja se prevelik tip istih zadataka. Uspoređujući s preostalim udžbenicima, subjektivno bi se moglo zaključiti da je ovaj udžbenik najkvalitetniji. Naravno, potrebno bi bilo pogledati i druge kvalitete udžbenika, kao i radne bilježnice te

preostali, recimo digitalni, materijal koji dolazi uz udžbenike. *Otkrivamo matematiku* je stoga najbolji u kontekstu analiziranih udžbenika i analiziranih elemenata poticanja razvoja logičkog i kritičkog mišljenja. Oni su u ovom udžbeniku najzastupljeniji i time bi se moglo reći da udžbenik Otkrivamo matematiku 1 u najvećoj mjeri potiče razvoj logičkog i kritičkog mišljenja (Glasnović Gracin, Soucie i Žokalj 2019).

#### 4.5.4. Matematička mreža 1

Matematička mreža 1 udžbenik je za matematiku u prvom razredu osnovne škole. Problemski zadaci koji uključuju analizu pojmove, informacija i gledišta kojim se dolazi do prepoznavanja problema uvelike su prisutni u ovom udžbeniku. Javljuju se problemski zadaci različitih sadržaja, načina rješavanja i kognitivne zahtjevnosti. Zadaci koji uključuju povezivanje prethodnog znanja i novih interpretacija prisutni su u ovom udžbeniku. Uključuju povezivanje starog i novog gradiva te rješavanje zadatka na temelju povezivanja prethodnog znanja u stvarnim uvjetima. Zadaci koji uključuju definiranje pojmove, koji uključuju uspoređivanje pojmove i koji uključuju nuđenje vlastitih definicija nisu prisutni. Na temelju toga može se zaključiti da je element definiranje pojmove i problema samo djelomično zastupljen. Zadaci koji uključuju traženje dokaza za pojedino rješenje su prisutni jedino kod zadatka koji uključuju više načina za dolazak do rješenja i koji imaju više rješenja, a zadaci koji uključuju predviđanje odgovora nisu prisutni. Ovime se može zaključiti da je element istraživanje dokaza za pojedino rješenje izrazito slabo zastupljen. Zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova su djelomično zastupljeni. Postoji nekoliko zadatka ovoga tipa koje učiteljica može iskoristiti da potiče razvoj ovog elementa. Primjerice, u udžbeniku se nalazi zadatak u kojem treba zaokružiti dječaka koji crta pravilno. Na sličici se nalazi dječak koji crta uz pomoć ravnala i dječak koji crta prostoručno. Ovdje se može poticati na iznošenje mišljenja učenika i zastupanja tog mišljenja. Na temelju toga može se zaključit da je element izbjegavanje emocionalnog zaključivanja prisutan u ovom udžbeniku. Zadaci koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnji i zaključaka i zadaci koji uključuju opravdavanje vlastitih zaključaka nisu konkretno prisutni, no postoje zadaci koje bi se potencijalno moglo iskoristiti za poticanje ovog elementa. Za to je potrebna učiteljica koja će učenike poticati na propitivanje i opravdavanje svojih rješenja. No kako konkretni zadaci nisu prisutni u udžbeniku reći će se da element izbjegavanje pretjeranog pojednostavljivanja nije prisutan. Zadaci s više rješenja ili načina za dolazak do

rješenja su uvelike prisutni, a zadaci koji uključuju analizu rješenja ne mogu se pronaći u udžbeniku. Na temelju toga zaključuje se da je element toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojave polovično zastupljen u udžbeniku. Zadaci otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se mora odabrati koje koristiti, itd. prisutni su u obliku zadataka u kojima je potrebno manipulacijom objekata doći do rješenja. Ovakvi zadaci uobičajeno imaju više rješenja koja mogu biti ispravna. Postoji nekolicina zadataka koji mogu biti potencijalni za razvijanje kritičkog mišljenja ukoliko ih učiteljica pravilno iskoristi u nastavi. Primjerice postoji zadatak u kojemu je potrebno spojiti tijelo s njegovom plohom. Ovdje se kvadar može spojiti i sa pravokutnikom i sa kvadratom. Zadatak traži točno jedno rješenje, no učiteljica može potencijalno potaknuti učenike na razmišljanje je li ovaj zadatak mogao imati više od jednog ispravnog rješenja. Osim prethodno navedenih zadataka, u udžbeniku se nalazi izrazito velik broj zadataka koji imaju više rješenja, ali i zadataka koji sadrže previše podataka između kojih se mora odabrati koje koristiti. Ovime se može zaključit da je element dopuštanje nedorečenosti, otvorenost poprilično kvalitetno zastupljen u udžbeniku. Na temelju analize elemenata kritičkog mišljenja može se zaključiti da su oni zastupljeni polovično. Pojedini elementi su izrazito kvalitetno zastupljeni, no s druge strane nedostaje više tipova zadataka koji potiču razvoj drugih elemenata. Ako se govori o kritičkom mišljenju, korištenje isključivo ovog udžbenika imati će pozitivan učinak, no ukoliko on želi biti maksimalan, potrebno je posegnuti za dodatnim materijalima koji uključuju elemente kritičkog mišljenja koje ovaj udžbenik ne sadrži. Zadaci koji uključuju donošenje generalizacija prisutni su u udžbeniku, no u manjoj mjeri. Zadaci koji uključuju uočavanje uzoraka uvelike su prisutni u ovom udžbeniku posebice u obliku zadataka u kojima je potrebno prepoznati uzorak u nizu i na temelju toga nastaviti niz. Zadaci koji uključuju donošenje pravila na temelju uzoraka prisutni su, no u manjoj mjeri od prethodno navedenog tipa zadataka. Na temelju ovoga zaključuje se da je element induktivnog zaključivanja prisutan u ovom udžbeniku, no da bi se mogao povećati broj zadataka koji potiču njegov razvoj. Zadaci koji uključuju donošenje zaključaka na temelju generalizacija, odnosno premlaza prisutni su u manjoj mjeri. Zadaci koji sadrže pitanje zašto, a traže odgovore u obliku činjenica nisu prisutni, a zadaci koji uključuju opravdavanje svojih rješenja i zaključaka konkretno nisu prisutni, no učiteljica ima dostupne zadatke uz koje bi uspješno mogla poticati ovaj element. Problemski zadaci su prisutni. Na temelju zadataka koji potiču deduktivno zaključivanje može se zaključiti da je ono polovično

zastupljeno u ovom udžbeniku. Zadaci koji uključuju simbole, veze među simbolima, matematičke zakone, brojeve, krivulje itd. kako bi se riješio matematički problem prisutni su u svakom zadatku, a pojavljuju se i zadaci koji uključuju zaključivanje odnosa jednog ili više elemenata. Na temelju toga zaključuje se da je element matematičkog mišljenja kvalitetno zastupljen. Zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova prisutni su kao i kod elemenata kritičkog mišljenja i na temelju toga se zaključuje da je element izbjegavanje emocionalnog zaključivanja prisutan. U udžbeniku nedostaje matematičkih igri i zagonetki te taj element nije prisutan. Metoda nagađanja, provjere i ispravke prisutna je u nekolicini zadataka. Metoda logike je prisutna kod problemskih zadataka, a čak se od nekolicine problemskih zadataka očekuje da se riješe metodom skupova. Na temelju toga, može se zaključiti da su logičko kombinatorni modeli rješavanja zadataka prisutni u ovom udžbeniku. Elementi logičkog mišljenja u ovom udžbeniku su, kao i elementi kritičkog mišljenja, polovično zastupljeni. Udžbenik ima odličan potencijal za razvoj pojedinih elemenata, no nedostaju tipovi zadataka koji potiču elemente koji su polovično ili uopće nisu zastupljeni unutar udžbenika. U pojedinim dijelovima udžbenika se ponavlja velik broj zadataka istog tipa. Prevladavaju zadaci srednje zahtjevnosti, no postoje i zahtjevniji te elementarniji zadaci. Udžbenik je kvalitetan za razvoj logičkog i kritičkog mišljenja, no potrebno je učiteljevo djelovanje kako bi se pojedini elementi razvili ili korištenje dodatnih materijala za njihov razvoj. Uzimajući u obzir da se ovaj udžbenik koristi uz odgovarajuću radnu bilježnicu, moglo bi se reći da ima zastupljen izrazito velik broj zadataka koji potiču logičko i kritičko mišljenja. Udžbenik kao takav, uz odgovarajuću radnu bilježnicu, uspoređujući ga s drugim analiziranim udžbenicima, je najkvalitetniji udžbenik u kontekstu logičkog i kritičkog mišljenja (Cindrić, Mišurac i Špika, 2019).

#### 4.5.5. Matematičke priče 2

Matematičke priče 2 udžbenik je matematike za drugi razred osnovne škole. Problemski zadaci koji uključuju analizu pojmove, informacija i gledišta kojim se dolazi do prepoznavanja problema prisutni su u ovom udžbeniku. Problemskih zadataka ima kroz cijeli udžbenik. Znaju se ponavljati zadaci istog tipa, odnosno zadaci koji se rješavaju na isti način. U nekolicini problemskih zadataka samo se promijenila priča unutar zadatka, a način rješavanja i kognitivna zahtjevnost je ostala jednaka. Zadaci koji uključuju povezivanje prethodnog znanja i novih interpretacija uvelike su prisutni te se od učenika traži da povežu staro gradivo koje su već

naučili s novim gradivom, da povežu naučeno gradivo sa stvarnim svijetom i primjene ga, itd. Zadaci koji uključuju definiranje pojmove javljaju se tek na kraju udžbenika kod ponavljanja naučenog gradiva. Prije toga nisu prisutni. Zadaci koji uključuju uspoređivanje pojmove i koji uključuju nuđenje vlastitih definicija nisu uopće prisutni. Element definiranje pojmove i problema samo je djelomično zastavljen. Elementi istraživanje dokaza za pojedino rješenje i izbjegavanje emocionalnog zaključivanja nisu uopće prisutni unutar udžbenika te ne postoje zadaci koji uključuju traženje dokaza za pojedino rješenje, koji uključuju predviđanje odgovora niti zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova. Element izbjegavanje pretjeranog pojednostavljivanja zastavljen je u jednoj mjeri. Odnosno, zadaci koji uključuju opravdavanje vlastitih zaključaka nisu prisutni, ali zadaci koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnji i zaključaka pojavljuju se u obliku provjere jedne računske radnje drugom. Primjerice potrebno je oduzeti dva broja u zadatku i provjeriti jesu li došli do ispravnog rezultata zbrajanjem. Zadaci s više rješenja ili načina za dolazak do rješenja javljaju se na nekoliko mjesta, a zadaci koji uključuju analizu rješenja nalaze se u istom obliku kao i zadaci koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnji i zaključaka. Time se zaključuje da je element toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojave u manjoj mjeri zastavljen. Zadaci otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se mora odabratkoje koristiti, itd. javljaju se na nekoliko mjesta. većinom kada se brojevi povezuju s poduzetništvom i korištenjem novčanica. Od učenika s traži da „plate“ određeni iznos s novčanicama, a to mogu napraviti na više od jednog načina. Zaključuje se da je element dopuštanje nedorečenosti, otvorenost zastavljen, ali u manjoj mjeri. Elementi kritičkog mišljenja nisu najbolje zastavljeni ovim udžbenikom te njegov maksimalan razvoj neće biti ostvaren ukoliko se ne pronađe više zadatka koji potiču razvoj kritičkog mišljenja. Kada je riječ o logičkom mišljenju, dolazi se do sličnog zaključka. Induktivno zaključivanje izrazito je slabo zastavljen te se javlja samo manji broj zadatka koji uključuju donošenje generalizacija. Zadaci koji uključuju uočavanje uzoraka i donošenje pravila na temelju uzoraka nisu prisutni. Sličan je slučaj i sa deduktivnim zaključivanjem. Javlja se manji broj zadatka koji uključuju donošenje zaključaka na temelju generalizacija, odnosno premisa. Problemski zadaci su učestali, no nedovoljno raznoliki i kognitivno zahtjevni, a zadaci koji sadrže pitanje zašto, a traže odgovore u obliku činjenica i koji uključuju opravdavanje svojih rješenja i zaključaka nisu prisutni. Matematičko mišljenje je kao i u svakom prijašnjem

udžbeniku uvelike zastupljeno. U svakom zadatku nalaze se simboli, veze među simbolima, matematički zakoni, brojevi, krivulje ili slično koji se koriste kako bi se uspješno riješio zadatak. Kada je riječ o matematičkom mišljenju, nedostaju zadaci koji uključuju zaključivanje odnosa jednog ili više elemenata. Izbjegavanje emocionalnog zaključivanja nije prisutno, a od logičko kombinatornih modela rješavanja zadatka prisutna je jedino metoda skupova i to u kontekstu nastavne teme „dijeljenje brojeva“. Kao i kritičko mišljenje, logičko mišljenje neće biti u dovoljnoj mjeri razvijeno ukoliko se bude koristio isključivo ovaj udžbenik. Potrebno je koristiti raznolikije zadatke, zadatke koji su kognitivno zahtjevniji i one koji u većoj mjeri potiču razvoj logičkog i kritičkog mišljenja (Cindrić, Duvnjak i Polak, 2019).

#### *4.5.6. Moj sretni broj 2*

*Moj sretni broj 2* udžbenik je iz matematike za drugi razred osnovne škole. Problemski zadaci koji uključuju analizu pojmove, informacija i gledišta kojim se dolazi do prepoznavanja problema prisutni su unutar cijelog udžbenika. Zadaci tog tipa izrazito su raznoliki i zanimljivi. Zadaci koji uključuju povezivanje prethodnog znanja i novih interpretacija također su prisutni te njihovo rješavanje neće biti uspješno ukoliko se učenici ne budu koristili prethodno naučenim gradivom. Zadaci koji uključuju definiranje pojmove i zadaci koji uključuju nuđenje vlastitih definicija nisu prisutni unutar ovoga udžbenika. Zadaci koji uključuju uspoređivanje pojmove prisutni su u obliku usporedbe dva broja, usporedbe rješenja dobivenih zbrajanjem, oduzimanjem, množenjem ili dijeljenjem. Element definiranje pojmove i problema zastupljen je unutar udžbenika, no ne u potpunosti i potrebno je nadodati zadatke koji uključuju nuđenje vlastitih definicija i definiranje pojmove. Element istraživanje dokaza za pojedinačno rješenje zastupljen je polovično. Odnosno prisutni su samo zadaci koji uključuju predviđanje odgovora i to kod zadataka koji se rješavaju metodom nagađanja, provjere i ispravke. Zadaci koji uključuju traženje dokaza za pojedino rješenje nisu prisutni. Element izbjegavanje emocionalnog zaključivanja nije prisutan unutar ovog udžbenika te zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova nisu zastupljeni. Zadaci koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnji i zaključaka prisutni su u obliku pronalaska ispravnih tvrdnji, odlučivanjem koja jednakost ispravno prikazuje tekstualni zadatak, itd. Zadaci koji uključuju opravdavanje vlastitih zaključaka prisutni su i kod velikog broja zadataka se traži od učenika da opravdaju kako su došli do zaključka. Na temelju toga, može se zaključiti da je element izbjegavanje

pretjeranog pojednostavljivanja kvalitetno zastupljen unutar udžbenika. Također, element toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojava je kvalitetno zastupljen unutar udžbenika i javljaju se oba tipa zadatka koja potiču njegov razvoj. Zadataka s više rješenja ili načina za dolazak do rješenja ima izrazito puno i oni daju učenicima na izbor koju metodu će koristiti. Primjerice zbrojiti dva broja mogu uz pomoć brojevne crte, tablice ili pisanim zbrajanjem. Zadaci koji uključuju analizu rješenja prisutni su kod zadataka koji se rješavaju metodom nagađanja, provjere i ispravke te zadataka koji traže od učenika da rješenje zadatka koji uključuje pojedinu računsku radnju provjere s drugom računskom radnjom. Dopuštanje nedorečenosti, otvorenost je element koji se često pojavljuje unutar udžbenika. Zadaci otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se mora odabrati koje koristiti, itd. prisutni su unutar udžbenika u raznim oblicima. U pojedinim zadacima je omogućeno izabrati koji će se način koristiti kod rješavanja, a kod drugih zadatak imma više rješenja u kojem učenici moraju dobiti jedno rješenje ili sva moguća rješenja. Elementi kritičkog mišljenja poprilično su zastupljeni unutar ovog udžbenika. Postoje zadaci koje je potrebno nadodati, no sam udžbenik ima kvalitetne predispozicije za razvoj pojedinčevog kritičkog mišljenja. Induktivno zaključivanje, element je logičkog mišljenja koji je u potpunosti zastupljen unutar udžbenika. Prisutni su zadaci koji uključuju donošenje generalizacija. Zadaci koji uključuju uočavanje uzoraka također su uvelike prisutni unutar udžbenika i to u obliku zadataka u kojima je potrebno nastaviti niz, nadopunjavanja podataka koji nedostaju na temelju uočenih uzoraka, itd. Zadaci koji uključuju donošenje pravila na temelju uzoraka također su prisutni unutar udžbenika. Ovaj tip zadataka dolazi u istom obliku kao i zadaci koji uključuju opravdavanje svojih zaključaka. Primjerice, zadatak u kojem je potrebno uzastopno oduzeti nulu od različitih brojeva, traži od učenika da zaključe što se događa kada se od nekog broja oduzme nula. Zaključak je u ovom slučaju potrebno objasniti. Također, ovaj tip zadataka javlja se u obliku prepoznavanja pravila po kojem se nižu brojevi. Deduktivno zaključivanje nešto je slabije zastupljeno te nedostaju zadaci koji sadrže pitanje zašto, a traže odgovore u obliku činjenica. Problemski zadaci i zadaci koji uključuju donošenje zaključaka na temelju generalizacija, odnosno premissa učestalo se pojavljuju unutar udžbenika. Zadaci koji uključuju opravdavanje svojih rješenja i zaključaka također su prisutni unutar udžbenika. Javljuju se kod nekolicine problemskih zadataka i zahtijevaju od učenika da pojasne kako su došli do pojedinog rješenja ili zaključka. Matematičko mišljenje u potpunosti je zastupljeno unutar ovog udžbenika te su

prisutna oba tipa zadataka koji potiču razvoj tog elementa. Izbjegavanje emocionalnog zaključivanja jedini je element logičkog mišljenja koji nije zastupljen u ovom udžbeniku te se ne pojavljuje niti jedan zadatak koji uključuje zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova. Zadaci koji se rješavaju metodom nagađanja, provjere i ispravke prisutni su unutar udžbenika i pojavljuju se često. Zadaci koji se rješavaju metodom skupova javljaju se kod nekolicine problemskih zadataka, no ne zahtijevaju od učenika da ih riješe na taj način. Zadaci koji se rješavaju metodom logike prisutni su kod gotovo svih problemskih zadataka i time se može zaključiti da su logičko kombinatorni modeli rješavanja zadataka u potpunosti prisutni unutar ovog udžbenika. Elementi logičkog mišljenja izrazito su kvalitetno zastupljeni unutar ovog udžbenika i njihovim korištenjem učenici bi trebali imati pozitivan učinak na razvoj svojih sposobnosti logičkog mišljenja. Unutar udžbenika može se pronaći nekolicina zadataka koji nisu u tolikoj mjeri povezani s gradivom koje se uči, no kognitivno su zahtjevniji za riješiti i uvelike potiču logičko i kritičko mišljenje. Postavljeni su u obliku logičke zagonetke i učenik mora logički zaključiti kako doći do rješenja. Primjerice, zadan je zadatak u kojem gepard prvi dan pretrči određenu udaljenost, a drugi dan pretrči istu udaljenost ali za manje vremena. Od učenika se traži da zaključe koji dan je gepard brže trčao. Učenici moraju povezati da brzo trčanje rezultira da se određena udaljenost prijeđe brže, odnosno za manje vremena i na temelju toga zaključiti da je gepard brže trčao drugi dan jer je prešao određenu udaljenost u kraćem vremenskom periodu. Ovaj udžbenik je izrazito kvalitetan kada je riječ o logičkom i kritičkom mišljenju. Postoji velik broj raznolikih zadataka koji se rješavaju na različite načine, sadržajno su zanimljivi i kognitivno sveobuhvatni. Nedostaju zadaci pojedinog tipa koji potiču razvoj proučavanih mišljenja, no većina zadataka je zastupljeno i učiteljica će uspješno potaknuti razvoj kritičkog i logičkog mišljenja koristeći se ovim udžbenikom. Svakako, preporučivo bi bilo da se posegne za dodatnim materijalima i iskoriste i zadaci koji u ovom udžbeniku nedostaju.

#### 4.5.7. *Moj sretni broj 3*

*Moj sretni broj 3* udžbenik je iz matematike za treći razred osnovne škole. Javlja se izrazito velik broj zadataka istog tipa. Primjerice, zadaci kod zbrajanja i oduzimanja, uvrštavanja slova kao znak za broj, itd. Velik broj zadataka rješava se na isti način, ponavljaju se isti zadaci koji se ne razlikuju po težini, a od učenika se traži da uzastopno rješavaju iste zadatke. Ovo s jedne strane nije dobro jer potiče monotonost u poučavanju, ali s druge strane javlja se repetitivnost. Odnosno

rješavanjem velikog broja istih zadataka, učenici savladavaju određenu tehniku rješavanja. No kada je riječ o razvoju logičkog i kritičkog mišljenja, ponavljanje istog tipa zadataka je negativno jer ne potiče njihov razvoj. Prvi zadaci koji se pojavljuju nakon određene teme su uvijek istog oblika. Ponavljaju se elementarni zadaci koji služe kako bi se uvježbala određena tema. Nakon zadataka toga tipa, kreću raznovrsniji zadaci koji se razlikuju od zahtjevnosti, tipa zadatka, načina rješavanja, itd. Zadaci koji su izrazito kognitivno zahtjevni, koje bi mogli rješavati učenici s istaknutim znanjem u području matematike, ne postoje. Zadaci su formulirani tako da ih mogu riješiti svi učenici za koje se smatra da im je znanje iz matematike prosječno. Zahtjevnije zadatke je potrebno potražiti izvan udžbenika. Problemski zadaci koji uključuju analizu pojmove, informacija i gledišta kojim se dolazi do prepoznavanja problema uvelike su prisutni u ovom udžbeniku. Javljuju se zadaci koji su raznovrsni, zanimljivi, povezani sa stvarnim životom, koji uključuju različite načine rješavanja, itd. Zadaci su formulirani na način da ih učenici svih kognitivnih sposobnosti mogu riješiti. Postoje jako elementarni problemski zadaci, ali i djelomično kompleksniji problemski zadaci koji uključuju višu razinu razmišljanja. Najveći broj problemskih zadataka je prilagođen za „prosječnog“ učenika iz matematike. Zadaci koji uključuju povezivanje prethodnog znanja i novih interpretacija također su poprilično zastupljeni unutar udžbenika. Može se pronaći velik broj zadataka koji od učenika zahtijevaju da riješe zadatak koristeći se stečenim znanjem iz prijašnjih nastavnih tema koje nisu u tolikoj mjeri povezane sa temom koja se obrađuje. Postoji nekoliko zadataka u kojima se od učenika traži da sami postave pitanje i riješe zadatak. Potrebno je iskoristiti stečeno znanje o pojedinoj nastavnoj temi i na temelju toga osmisлитi pitanje. Postoji velik broj zadataka u kojima se traži od učenika da na temelju zadanih podataka postave zadatak. U većini slučajeva učenici moraju povezati gradivo koje su prije naučili s novo naučenim gradivom te oblikovati na temelju znanja iz više područja zadatak. Ovo je poprilično kognitivno zahtjevno za učenika i potrebno je uspješno korištenje kritičkim i logičkim mišljenjem. Zadaci koji uključuju definiranje pojmove i koji uključuju nuđenje vlastitih definicija nisu prisutni, a zadaci koji uključuju uspoređivanje pojmove javljaju se u obliku uspoređivanja dva broja, zbroja brojeva, razlike brojeva, itd. Element definiranje pojmove i problema uvelike je prisutan u udžbeniku. Potrebno bi bilo nadodati zadatke koji uključuju definiranje pojmove te nuđenje vlastitih definicija. Zadaci koji uključuju traženje dokaza za pojedino rješenje uvelike su prisutni. Najviše se javljaju kod zadataka u kojima je jednu računsku radnju potrebno provjeriti drugom računskom radnjom.

Primjerice rezultat zbrajanja je potrebno provjeriti oduzimanjem zbroja od jednog od pribrojnika. Zadaci koji uključuju predviđanje odgovora mogu se pronaći kod zadataka koji se rješavaju metodom nagađanja, provjere i ispravke i ima ih izrazito puno, a često se tematski povezuju sa stvarnim životom. Na temelju toga, može se zaključiti da je element istraživanje dokaza za pojedinačno rješenje zastavljen izrazito kvalitetno. Zadaci koji uključuju zauzimanje stavova i zastupanje tih stavova postoje, no više u kontekstu poduzetništva ili stvarnog života nego matematike. Primjerice pita se učenike je li određena cifra malo ili puno novaca. Odnosno traži se od učenika da zauzmu određeni stav i zastupaju ga argumentima. Može se zaključiti da je element izbjegavanje emocionalnog zaključivanja djelomično zastavljen, no potrebno bi bilo povezati taj tip zadataka s područjem matematike. Zadaci koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnji i zaključaka javljaju se u obliku prekriži netočno, zaokruži slovo ispred točnog odgovora, pronađi pogrešku i ispravno riješi zadatak. Zadaci tog tipa javljaju se učestalo. Zadaci koji uključuju opravdavanje vlastitih zaključaka postoje u manjoj mjeri, posebice se javljaju kod gradiva geometrije. Iako, postoji izrazito velik broj potencijalnih zadataka uz koje bi se mogao razvijati ovaj aspekt kritičkog mišljenja. Analizom zadataka kojima se razvija element izbjegavanje pretjeranog pojednostavljivanja, dolazi se do zaključka da je i taj element kvalitetno zastavljen unutar udžbenika. Zadaci s više rješenja ili načina za dolazak do rješenja javljaju se učestalo. Od učenika se zahtjeva da koriste različite metode rješavanja. U pojedinim problemskim zadacima nudi se učenicima mogućnost više načina rješavanja, a postoji i nekolicina zadataka koji sadrže više ispravnih rješenja. Zadaci koji uključuju analizu rješenja najviše se vide kod zadataka koji se rješavaju metodom nagađanja, provjere i ispravke. Element toleriranje i razmatranje različitih interpretacija događaja i pojava uvelike je prisutan u udžbeniku. Prisutan je i element dopuštanje nedorečenosti, otvorenost te se učestalo javljaju zadaci otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se mora odabratkoje koristiti, itd. Elementi kritičkog mišljenja u ovom udžbeniku su izrazito kvalitetno zastavljeni te bi se korištenjem isključivo ovog udžbenika mogao postići velik napredak u području razvoja kritičkog mišljenja. Kada je riječ o logičkom mišljenju, dolazi se do sličnog rezultata. Unutar udžbenika je zastavljen velik broj zadataka koji uključuju donošenje generalizacija. Također, učestalo se javljaju i zadaci koji uključuju uočavanje uzoraka i to najviše u obliku zadataka nastavi niz. Zadaci koji uključuju donošenje pravila na temelju uzoraka prisutni su, no ne javljaju se prečesto. Induktivno zaključivanje

zastupljeno je kvalitetno unutar udžbenika, no mogao bi se povećati broj zadataka koji uključuju donošenje pravila na temelju uzoraka. Zadaci koji uključuju donošenje zaključaka na temelju generalizacija, odnosno premla prisutni su unutar udžbenika. Zadaci koji sadrže pitanje zašto, a traže odgovore u obliku činjenica postoje kod nekolicine zadataka u kontekstu opravdavanja vlastitih Problemski zadaci su najzastupljeniji tip zadataka koji potiču deduktivno zaključivanje i izrazito su raznovrsni. Deduktivno zaključivanje kvalitetno je zastupljeno unutar ovog udžbenika. Matematičko mišljenje je prisutno kao u svakom udžbeniku iz matematike. Javljuju se zadaci koji uključuju simbole, veze među simbolima, matematičke zakone, brojeve, krivulje itd. koji su potrebni kako bi se riješio matematički problem. Zadaci koji uključuju zaključivanje odnosa jednog ili više elemenata postoje u ovom udžbeniku. Javljuju se unutar problemskih zadataka, uočavanja uzoraka u brojevnom nizu, itd. Element izbjegavanje emocionalnog zaključivanja prisutan je kao i kod elemenata kritičkog mišljenja, djelomično. Kod logičko kombinatornih modela rješavanja zadataka, prisutne su sve metode rješavanja. Velik broj zadataka se rješavao metodom nagađanja, provjere i ispravke u kojima je bilo potrebno prvo procijeniti rješenje, a nakon toga provjeriti je li procjena ispravna, prepraviti ako nije i doći do ispravnog rješenja. U udžbeniku se javljuju i zadaci koji se rješavaju metodom skupova. To su najčešće problemski zadaci koje se jednostavnije može riješiti koristi li se metodom skupova. Metodom logike rješavao se velik broj problemskih zadataka. Elementi logičkog mišljenja izrazito su kvalitetno zastupljeni unutar udžbenika i može se zaključiti da će se korištenjem isključivo ovog udžbenika postići vidljivi rezultati kada je riječ o razvijanju sposobnosti logičkog mišljenja. Učitelj će korištenjem ovog udžbenika uspješno moći poticati logičko i kritičko mišljenje kod učenika, no ne bi bilo loše da posegne za dodatnim materijalima koji uključuju zadatke koje ovaj udžbenik ne sadrži. Također, ovaj udžbenik ne sadrži element logičkih igara i zagonetki koje bi se trebale iskoristiti u nastavi (Jakovljević Rogić, Miklec i Prtajin, 2021).

#### 4.5.8. *Moj sretni broj 4*

*Moj sretni broj 4* udžbenik je matematike za četvrti razred osnovne škole. Udžbenik se sastoje od izrazito malog broja stranica što je rezultiralo i malom broju zadataka. Elementi kritičkog i logičkog mišljenja nisu kvalitetno zastupljeni i nedostaje jako velik broj zadataka. Prisutni su problemski zadaci niže kognitivne zahtjevnosti, zadaci uspoređivanja dva broja te nekolicina zadataka koji uključuju definiranje pojmove koji se pojavljuju jedino kod gradiva iz geometrije.

Ostali tipovi zadataka koji utječu na razvoj elementa definiranje pojmove i problema nisu prisutni i može se zaključiti da je navedeni element izrazito slabo zastavljen unutar udžbenika. Elementi istraživanje dokaza za pojedinačno rješenje i izbjegavanje emocionalnog zaključivanja nisu prisutni u ovom udžbeniku te se ne pojavljuje niti jedan tip zadataka koji potiče njihov razvoj. Zadaci koji uključuju preispitivanje i vrednovanje adekvatnosti tvrdnji i zaključaka javljaju se u manjoj mjeri i to u obliku identificiranja točnih ili netočnih tvrdnji. Zadaci koji uključuju opravdavanje vlastitih zaključaka nisu prisutni i moglo bi se zaključiti da je element izbjegavanje pretjeranog pojednostavljivanja slabo zastavljen. Element toleriranje i razmatranje različitih interpretacija i pojava također je slabo zaključen te se javljaju jedino zadaci koji uključuju analizu rješenja i to kod zadataka u kojima je potrebno provjeriti dobiveno rješenje suprotnom matematičkom radnjom. Zadaci otvorenog tipa koji uključuju više načina rješavanja, više rješenja, previše podataka između kojih se mora odabrati koje koristiti, itd. nisu prisutni. Zaključuje se da element toleriranje nedorečenosti, otvorenost nije zastavljen unutar udžbenika. Kritičko mišljenje se neće razviti ukoliko učitelji budu koristili isključivo ovaj udžbenik. Potrebno je koristiti dodatne materijale koji sadrže zadatke koji potiču razvoj elemenata kritičkog mišljenja. Kada je riječ o logičkom mišljenju, induktivno zaključivanje zastupljeno je jedino u obliku zadataka koji uključuju uočavanje uzoraka i to u manjoj mjeri u obliku zadataka u kojima je potrebno nastaviti niz. Deduktivno zaključivanje prisutno je jedino u obliku problemskih zadataka. Problemских zadataka nema puno, a oni prisutni se rješavaju na isti kalup i nisu kognitivno raznoliki. Matematičko mišljenje je zastupljeno jer svaki zadatak uključuje simbole, veze među simbolima, matematičke zakone, brojeve, krivulje ili slično kako bi se riješio matematički problem. Elementi izbjegavanje emocionalnog zaključivanja, logičke igre i zagonetke i logičko kombinatorni modeli rješavanja zadataka nisu prisutni. Logičko mišljenje nije dovoljno zastupljeno u ovom udžbeniku i ukoliko se bude koristilo isključivo njega kao materijal u nastavi, učenikovo logičko mišljenje neće biti dovoljno razvijeno. Preostali udžbenici koji sadrže naziv „moj sretni broj“ bili su izrazito kvalitetniji od ovog udžbenika. Razlog tome može biti što je Moj sretni broj 4 starije izdanje iz 2009. godine. Bilo bi potrebno analizirati noviju verziju udžbenika kako bi se zaključila njegova kvaliteta u kontekstu logičkog i kritičkog mišljenja (Binder, Jakovljević Rogić, Mesaroš Grgurić, Miklec, Prtajin i Vejić, 2009).

Analizom udžbenika došlo se do zaključka da niti jedan udžbenik nije u potpunosti zastupio sve elemente logičkog i kritičkog mišljenja. Pojedini aspekt logičkog i kritičkog mišljenja je zastavljen unutar svakog udžbenika, no uz svaki udžbenik bilo bi potrebno posegnuti za dodatnim materijalima koji nadopunjuju elemente koji nedostaju unutar udžbenika. Većina udžbenika se koristi uz odgovarajuću radnu bilježnicu stoga nije ni potrebno da se unutar udžbenika nalaze zadaci prevelikih kompleksnosti jer udžbenik služi kao nastavno pomagalo u obradi pojedine nastavne teme. Uvježbavanje se može odraditi koristeći se i drugim materijalima. Učiteljicama su dostupni razni materijali, radne bilježnice, zbirke, nastavni listići, digitalni sadržaji, itd. koje može iskoristiti u nastavi. Trebalo bi analizirati u kojoj mjeri su ti sadržaji poticajni za razvoj logičkog i kritičkog miljenja. Sljedeći korak u istraživanju može biti analiza dodatnih materijala koji se koriste uz udžbenike i vidjeti jesu li oni zastupili sve elemente kritičkog i logičkog mišljenja. Važna za razvoj logičkog i kritičkog mišljenja je projektna nastava, koju nismo posebno analizirali te bi i to valjalo učiniti.

Za donijeti pravedni sud o najkvalitetnijem udžbeniku u pogledu poticanja razvoja logičkog i kritičkog mišljenja kod učenika bilo bi uz dodatne materijale potrebno analizirati puno veći broj udžbenika koji se koriste na području Republike Hrvatske.

## 5. ZAKLJUČAK

Pojmovi logičkog i kritičkog mišljenja sežu u tolike širine da ih nije moguće u potpunosti obuhvatiti u jednom radu. Samim time postavljaju zahtjevnost u njihovom potpunom razumijevanju, ali i pitanju kako poticati njihov razvoj kod učenika. Naime, kako poučavati nešto oko čega se nije uspjelo dogоворили što je? Svaki autor pruža neki novi uvid u logičko i kritičko mišljenje. Teško je usporediti ih svih i donijeti jedinstven zaključak. Bez obzira na povećani broj diplomskih radova koji doprinose objedinjavanju teorije logičkog i kritičkog mišljenja te pojavljivanja tih tema u političkim izvješćima, kurikulima, nastavnim planovima, itd. činjenica je da empirijskih radova na navedenu temu ima izrazito malo. Samim time logičan je skepticizam kada je riječ o području poticanja razvoja tih mišljenja u osnovnim školama jer činjenica je da je većina podataka koji stoje u knjigama, izvješćima, internetskim člancima, pa čak i znanstvenim radovima neprovjereno, a samim time i ne nužno istinito i valjano. Ovim radom nastojalo se ispitati dosljednost podataka o logičkom i kritičkom mišljenju u kontekstu nastave Matematike. Došlo se do zaključka da nije moguće krenuti u analizu koja će biti u toj mjeri relevantna u području odgoja i obrazovanja. Ovaj rad nudi pregled definicija raznih autora na temu logičkog i kritičkog mišljenja, njihovih elemenata, zastupljenosti u nastavi općenito te posebice u nastavi Matematike, zadataka za koje se smatra da potiču njihov razvoj, itd. Moglo bi se reći da je upravo to doprinos ovoga rada. On ukazuje na manjak empirijski provjerenih činjenica na navedenu temu te podsjeća na relevantnost poticanja dvaju mišljenja u kontekstu educiranja novih generacija.

Ostaje velik broj nedoumica kada je riječ o razvoju logičkog i kritičkom mišljenja djece mlađe školske dobi, no ipak se mnogi zaključci mogu donijeti. Jedan je onaj o iznimnoj važnosti učitelja i skrivenog kurikula. Bitno je dopuštati učenicima slobodu u učenju na način da ih se potiče da samostalno dolaze do zaključaka. Na taj način učenici će početi promišljati. To promišljanje, a možda i zaključci do kojih će dolaziti će biti neispravni, no to je bitan proces učenja. Učitelj u ovom procesu mora ukazati na pogreške i pomoći učeniku da dođe do saznanja kako spriječiti pogreške i napredovati. Apsolutno ne smije nuditi gotove informacije i pasivizirati učenika. Učenik mora samostalno dolaziti kroz spoznaju, i u što većoj mjeri kroz praksu, iskustvo. Nastava bi trebala biti u velikoj mjeri problemska i sastojat se od uočavanja problema,

pokušaja rješavanja, diskusije i analize rješenja. Na taj način učenici su visokomotivirani, u potpunosti angažirani u nastavni proces, kritični prema svojem radu i znanju, kreativni, a potiče se razvoj logičkog i kritičkog mišljenja prema svim elementima koje smo istaknuli.

Analizom udžbenika iz matematike došlo se do zaključka da niti jedan udžbenik nije u dovoljnoj mjeri zastupio elemente poticanja razvoja logičkog i kritičkog mišljenja. Uz svaki udžbenik potrebno je posezati za dodatnim materijalima koji će pomoći u razvitku navedenih mišljenja. Bitno je istaknuti da će poticajni sadržaji za razvoj logičkog i kritičkom mišljenja biti poticajni samo ako se kvalitetno uklope u nastavni proces. Ukoliko to nije tako, sadržaji neće biti poticajni već će samo imati potencijal da postanu poticajni. Učitelj može učiniti puno odabirom kvalitetnih dodatnih sadržaja. Pritom ih mora znati prenijeti učenicima na način da njima potiče učenike da promišljaju logički i kritički. Opet, i manje zahtjevni zadatak može postati itekako poticajan ako se kvalitetno upotrijebi i razjasni, što je sve dimenzija koju kroz ovaj rad nismo mogli istražiti.

## 6. LITERATURA

1. Alyahya, D., Alotaibi, A. (2019). *Computational Thinking Skills and Its Impact on TIMSS Achievement: An Instructional Design Approach*. Issues and Trends in Educational Technology, Vol. 7(1), 3-19.
2. Ameer, L. F. J., Alkirabi, H. S., Majeed, B. H. (2021). *The Impact of CATs on Mathematical Thinking and Logical Thinking Among Fourth-Class Scientific Students*. International Journal of Emerging Technologies in Learning, Vol. 16(10).
3. Armstrong, P. (2010). *Bloom's Taxonomy*. Nashville: Vanderbilt University Center for Teaching. Pribavljeno 10.05.2022. sa <https://cft.vanderbilt.edu/guides-sub-pages/blooms-taxonomy/>
4. Atkinson, W. W. (1909). *The art of logical thinking or the laws of reasoning*. Chicago: The Progress Company.
5. Basil, J., Zitelli, M. D. (2018). *Developmental/Behavioral Pediatrics*. Pribavljeno 20.04.2022. sa <https://www.sciencedirect.com/topics/psychology/logical-thinking>
6. Berisha, V., Bytyqi, R. (2020). *Types of mathematical tasks used in secondary classroom instruction*. International Journal of Evaluation and Research in Education Vol. 9(3), 751-758
7. Binder, S., Jakovljević Rogić, S., Mesaroš Grgurić, N., Miklec, D., Prtajin, G., Vejić, J. (2009). *Moj sretni broj 4. Uџbenik matematike za četvrti razred osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
8. Bogdanović, Z. (2013). *Strategije rešavanja matematičkih zadataka u nižim razredima osnovne škole*. Istraživanje matematičkog obrazovanja, Vol. 5 (8), 67–74.
9. Břehovský, J., Příhonská, J. (2021). *Developing Logical Thinking Through Tasks in Mathematics Textbooks*. Elementary Mathematics Education Journal, Vol. 3(2), 6-14. Pribavljeno 23.05.2022. sa [http://emejournal.upol.cz/Issues/Vol3No2/Vol3No2\\_Brehovsky-Prihonska.pdf](http://emejournal.upol.cz/Issues/Vol3No2/Vol3No2_Brehovsky-Prihonska.pdf)
10. Buchberger, I. (2012). *Priručnik kritičkog mišljenja, slušanja, čitanja i pisanja*. Rijeka: Udruga za razvoj visokoga školstva Universitas.

11. Ceretkov, S., Korenekova, L. (2011). *Dirichlet's Principle as an Elementary Mathematical Model in Mathematic Education*. Problems of Education in 21st Century, Vol. 31, 45-55. Pribavljeno 10.05.2022. sa [http://www.scientiasocialis.lt/pec/files/pdf/vol31/45-55.Ceretkova\\_Vol.31.pdf](http://www.scientiasocialis.lt/pec/files/pdf/vol31/45-55.Ceretkova_Vol.31.pdf)
12. Cindrić, D., Duvnjak, D., Polak, S. (2019). *Matematičke priče 2. Udžbenik matematike za drugi razred osnovne škole*. Zagreb: Profil Klett d.o.o.
13. Cindrić, D., Polak, S. (2018). *Matematičke priče 1. Udžbenik matematike za prvi razred osnovne škole*. Zagreb: Profil Klett d.o.o.
14. Cindrić, M., Mišurac, I., Špika, S. (2019). *Matematička mreža 1. Udžbenik za matematiku u prvom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga, d. d.
15. Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics Counts*. London: HMSO. Pribavljeno 15.05.2022. sa <http://www.educationengland.org.uk/documents/cockcroft/cockcroft1982.html>
16. Covaleski, A. (2021., 20. ožujka). *Inductive Reasoning: What is it? (with examples)* Pribavljeno 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/inductive-reasoning/>
17. Cresswell, C., Speelman, C. P. (2020). *Does mathematics training lead to better logical thinking and reasoning? A crosssectional assessment from students to professors*. Pribavljeno 02.05.2022. sa . <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0236153>
18. Ćurko, B. (2018). *Why Do We Need Critical Thinking in the Digital Age?* U T. Rifel (Ur.), *Kritično mišljenje v digitalni dobi* (75-81). Ljubljana: Zavod sv. Stanislava
19. Durand-Guerrier, V. (2020). *Logic in Mathematics Education*. U S. Lerman (Ur.), Encyclopedia of Mathematics Education (str 478-481). London: Springer.
20. Glasnović Gracin, D., Soucie, T., Žokalj, G. (2019). *Otkrivamo matematiku 1. Radni udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole. Drugi dio*. Zagreb: ALFA d. d.
21. Glasnović Gracin, D., Soucie, T., Žokalj, G. (2019). *Otkrivamo matematiku 1. Radni udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole. Prvi dio*. Zagreb: ALFA d. d.
22. Goddiess, S. (2021., 4. ožujka). *What are logical thinking skills?* Pribavljeno 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/logical-skills/>
23. Grigg, R., Lewis, H. (2019). *Teaching creative and critical thinking in schools*.
24. Hodge, B. M. (2003). *Logical Thinking in Mathematics: From Oz to Awe!* Research and Teaching in Developmental Education, Vol. 19(2), 41-46. Pribavljeno 10.05.2022. sa <https://www.jstor.org/stable/42802166>

25. hooks, b. (2010). *Teaching Critical Thinking – practical wisdom*. New York: Routledge
26. Hughes, G.E., Schagrin, Morton L. (2018). *Formal Logic*. Encyclopedia Britannica. Pribavljeno 22.05.2022. sa <https://www.britannica.com/topic/formal-logic>
27. Hwang, J., Ham, Y. (2021). *Relationship Between Mathematical Literacy and Opportunity to Learn with Different Types of Mathematical Tasks*. Journal on Mathematics Education, Vol. 12(2), 199-222.
28. Inglis, M., Attridge, N. (2017). *Does Mathematical Study Develop Logical Thinking?: Testing the Theory of Formal Discipline*. London: World Scientific Publishing Europe Ltd.
29. Jablonka, E. (2020). *Critical Thinking in Mathematics Education*. U S. Lerman (Ur.), Encyclopedia of Mathematics Education (str 159-163). London: Springer.
30. Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G. (2019). *Moj sretni broj 1*. Zagreb: Školska knjiga, d. d.
31. Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G. (2021). *Moj sretni broj 2*. Zagreb: Školska knjiga, d. d.
32. Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G. (2021). *Moj sretni broj 3*. Zagreb: Školska knjiga, d. d.
33. Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G. (2021). *Moj sretni broj 4*. Zagreb: Školska knjiga, d. d.
34. Jovičić, D., Obradović, M. (2007). *Elementi logike u nastavi matematike*. Zagreb: Golden marketing-Tehnička knjiga.
35. Kadum, V. (2005). *Utjecaj učenja rješavanjem problemskih zadataka na obrazovni učinak u elementarnoj nastavi matematike*. Metodički ogledi : časopis za filozofiju odgoja, Vol. 12 (2), 31-60. Pribavljeno 26.07.2022. sa <https://hrcak.srce.hr/2336>
36. Kovač, S. (1994). *Logika*. Zagreb: Hrvatska sveučilišna naklada.
37. Kovač, S. (2004). *Priručnik uz Logiku*. Zagreb: Hrvatska sveučilišna naknada.
38. Kurfiss, J. G. (1988). *Critical Thinking: Theory, Research, Practice, and Possibilities*. Washington: Association for the Study of Higher Education. Pribavljeno 16.05. 2022. sa <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED304041.pdf>
39. Luna-Guevara, J. R., Silva, D. M. S., López-Regalado, O. (2021). *Logical Thinking in the Educational Context*. Journal of Psychiatry, Vol. 22 (10), 1-11.

40. Majstorović, S. (2006). *Dirichletov princip*. Osječki matematički list, Vol. 6, 99-105. Pribavljeno 10.05.2022. sa <https://hrcak.srce.hr/file/14679>
41. Maričić, S., Špijunović, K. (2014). *Developing Critical Thinking in Elementary Mathematics Education through a Suitable Selection of Content and Overall Student Performance*. Procedia: Social and Behavioral Sciences, 653-659.
42. Markelj, B. (2018). *Developing Critical Thinking in Children Aged 3 to 6 using the Montessori Pedagogy*. U T. Rifel (Ur.), *Kritično mišljenje v digitalni dobi* (237-248). Ljubljana: Zavod sv. Stanislava
43. Martić, M. (2019). *Logičko mišljenje za djecu od 8 do 9 godina*. Zagreb: Profil.
44. Mazur, C. (2021., 22. siječnja). *What is Deductive Reasoning? (With examples)* Pribavljeno 03.04.2022. sa <https://www.zippia.com/advice/deductive-reasoning/>
45. Mendelson, E. (1997). *Introduction to Mathematical Logic: Fourth Edition*. London: Chapman & Hall. Pribavljeno 23.05.2022. sa <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.1201/9781584888772/introduction-mathematical-logic-elliott-mendelson>
46. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Glazbena kultura za osnovne škole i gimnazije*. Pribavljeno 30.04.2022. sa [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_151.html?msclkid=93415af9cef611ecbb3412f975f89d45](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_151.html?msclkid=93415af9cef611ecbb3412f975f89d45)
47. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Hrvatski jezik za osnovne škole i gimnazije*. Pribavljeno 30.04.2022. sa [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_10\\_215.html?msclkid=5bae51b7cef611ecae3f55ae5770654a](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_10_215.html?msclkid=5bae51b7cef611ecae3f55ae5770654a)
48. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Likovna kultura za osnovne škole i gimnazije*. Pribavljeno 30.04.2022. sa [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_162.html?msclkid=80602c10cef611ec853693fb5965ec8](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_162.html?msclkid=80602c10cef611ec853693fb5965ec8)
49. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije*. Pribavljeno 30.04.2022. sa [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_146.html?msclkid=47643fc2cef611ecb14c95e7bb9fb5dd](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html?msclkid=47643fc2cef611ecb14c95e7bb9fb5dd)

50. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Priroda i društvo za osnovne škole i gimnazije*. Pribavljen 30.04.2022. sa [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_147.html?msclkid=7221d9dacef611ec9359dc534e5f785a](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_147.html?msclkid=7221d9dacef611ec9359dc534e5f785a)
51. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Tjeleska i zdravstvena kultura za osnovne škole i gimnazije*. Pribavljen 30.04.2022. sa [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_03\\_27\\_558.html?msclkid=a2ee0661cef611ecb605a79d32de83b4](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_03_27_558.html?msclkid=a2ee0661cef611ecb605a79d32de83b4)
52. Ojose, B. (2008). *Applying Piaget's Theory of Cognitive Development to Mathematics Instruction*. The Mathematics Educator, Vol. 18(1), 26–30.
53. *Online Etymology Dictionary*. Pribavljen 12.04.2022. sa <https://www.etymonline.com/>
54. Ontario ministry of education Pribavljen 01.05.2022. sa <https://www.dcp.edu.gov.on.ca/en/curriculum/elementary-mathematics>
55. Oxford University Press (2022). *Oxford Learner's Dictionaries*. London: Oxford University Press. Pribavljen 19.04.2022. sa <https://www.oxfordlearnersdictionaries.com/>
56. Paynter, J. (2021). *Teach to Develop Talent: How to Motivate and Engage Tomorrow's Innovators Today*. California: Corwin Press
57. Petrić, D. (2020). *Logical Fallacies*. Pribavljen 23.05.2022. sa [https://www.researchgate.net/publication/339288684\\_Logical\\_Fallacies](https://www.researchgate.net/publication/339288684_Logical_Fallacies)
58. Piaget, J. (1973). *The Child's Conception of the World*. London: Paladin.
59. Ruhl, C. (2021). *Bloom's Taxonomy of Learning*. Simply Psychology Pribavljen 10.05. sa <https://www.simplypsychology.org/bloomstaxonomy.html?msclkid=379ce906d04d11ec8a7c02cd27702234>
60. Smith, P. (2003). *An Introduction to Formal Logic*. New York: Cambridge University Press. Pribavljen 08.05.2022., sa <https://vdocuments.net/peter-smith-intro-to-formal-logic.html?msclkid=f614d4dfcec511ec951afa9bb908de33&page=3>
61. Stacey, K. (2006). *What is Mathematical Thinking and why is it Important?* Australija: University of Melburne. Pribavljen 12.07.2022. sa [https://www.researchgate.net/publication/254408829\\_WHAT\\_IS\\_MATHEMATICAL\\_THINKING\\_AND\\_WHY\\_IS\\_IT\\_IMPORTANT](https://www.researchgate.net/publication/254408829_WHAT_IS_MATHEMATICAL_THINKING_AND_WHY_IS_IT_IMPORTANT)

62. Stephan, M. (2020). *Learner-Centered Teaching in Mathematics Education*. U S. Lerman (Ur.), Encyclopedia of Mathematics Education (str 448-454). London: Springer.
63. Su, H. F. H., Ricci, F. A., Mnatsakanian, M. (2016). *Mathematical Teaching Strategies: Pathways to Critical Thinking and Metacognition*. International Journal of Research in Education and Science, Vol. 2(1), 190-200.
64. Van Cleave, M. J. (2016). *Introduction to Logic and Critical Thinking: Version 2.0*. Creative Commons Attribution 4.0 International License. Pribavljeno 20.05.2022. sa [https://www.academia.edu/15399616/Introduction\\_to\\_Logic\\_and\\_CriticalThinking](https://www.academia.edu/15399616/Introduction_to_Logic_and_CriticalThinking)
65. Vec, R. T., Kompare, A. (2006). *Kritično mišljenje v šoli (strategije poučevanja kritičnega mišljenja)*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
66. World Economic Forum (2015). *New Vision for Education: Unlocking the Potential of Technology*. Switzerland: World Economic Forum. Pribavljeno 07.05.2022., sa <http://hdl.voced.edu.au/10707/356047>