

Sustav rimskih brojki, povijest i razrada u razrednoj nastavi

Maras, Lucian

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Rijeci, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:189:613829>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-02**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Teacher Education - FTERI Repository](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI
UČITELJSKI FAKULTET U RIJECI

Lucian Maras

Sustav rimskih brojki, njegova povijest i razrada u
razrednoj nastavi

DIPLOMSKI RAD

Rijeka, 2024.

SVEUČILIŠTE U RIJECI
UČITELJSKI FAKULTET U RIJECI
INTEGRIRANI PREDDIPLOMSKI I DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI UČITELJSKI STUDIJ

Sustav rimskih brojki, njegova povijest i razrada u razrednoj
nastavi

DIPLOMSKI RAD

Predmet: Metodika Matematike

Mentor: dr.sc. Neva Slani

Student: Lucian Maras

Matični broj: 070999936002

U Rijeci, listopad 02, 2024

Izjava o akademskoj čestitosti

Ja, Lucian Maras, student Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, izjavljujem i vlastitim potpisom potvrđujem da sam diplomski rad izradio samostalno uz savjetovanje i preporuke svoje mentorice. Prilikom izrade ovog rada sam se pridržavao Uputa za izradu diplomskog rada i poštivao odredbe Etičkog kodeksa za studente i studentice Sveučilišta u Rijeci o akademskom poštenju.

STUDENT



SAŽETAK

Odnos čovječanstva prema brojevima i spoznaja brojeva igra značajnu ulogu u razvoju pojedinca, ali i društva. Na pisanje ovoga rada motivirala me činjenica da su svi narodi bili upoznati s brojevima, ali su ih prikazivali na različite dosjetljive načine. Sama povijest razvoja brojevnih sustava pokazala je da zapisivanje broja nije trivijalan problem. U ovome radu prikazat ću razvoj rimskog brojevnog sustava te korištenja tog brojevnog sustava u raznim društvima. Također, dat ću pregled i različitih brojevnih sustava kroz povijest i njihovoga razvoja te usporediti ih sa sustavom rimskih brojki. Prikazat ću karakteristike i posebnosti toga sustava brojki te njegovu primjenu u današnjemu društvu općenito s naglaskom na primjenu u odgoju i obrazovanju u razrednoj nastavi. Analizirat ću na koji način su obrađene lekcije o rimskim brojkama u različitim udžbenicima. U osnovnoj školi učenici uče sustav rimskih brojki radi upoznavanja povijesti i matematike, ali i moderne kulture kako bi bolje razumjeli svijet kojih ih okružuje. Dat ću prijedloge kako bi se to razumijevanje obogatilo.

Ključne riječi: rimske brojke, sustav brojki, primarno obrazovanje, drevni Rimljani, brojke

SUMMARY

The attitude of humanity towards numbers, and the understanding of numbers, plays a significant role in the development of individuals and society. My motivation for writing this paper comes from the fact that all peoples have been familiar with numbers, but they have represented them in various imaginative ways. In this paper, I will give an overview of the development of the Roman numeral system and an overview of the society in which it was used and developed. Additionally, I will present an overview of various numeral systems throughout history and their development, comparing them with the Roman numeral system. I will analyze how lessons on Roman numerals are covered in different textbooks. In primary school, students learn the Roman numeral system to understand history but also modern culture, helping them better understand the world around them. Additionally, students are given the opportunity to write numbers in different ways than before, which opens their minds to various approaches to problem-solving. I will provide suggestions on how this understanding can be enriched.

Key words: Roman numerals, numeral system, primary education, ancient Romans, numerals

SADRŽAJ

1. UVOD	1
2. O RIMSKOJ KULTURI I CIVILIZACIJI.....	1
2.1. Početci rimske kulture i civilizacije.....	1
2.2. Rimska kultura	3
2.3. Rimsko društvo	6
2.4. O rimskoj kulturi i civilizaciji na hrvatskom povijesnom prostoru.....	10
3. SUSTAV RIMSKIH BROJKI	14
3.1. Povijest i razvoj rimskih brojki.....	14
3.2. Upotreba rimskih brojki	18
4. POVIJESNI BROJEVNI SUSTAVI I USPOREDBA S RIMSKOM BROJEVNIM SUSTAVOM	22
4.1. Unarni brojevni sustav	22
4.2. Staroegipatske brojke.....	23
4.3. Slovne brojke.....	25
3.3.1. Atičke brojke	26
4.4. Aditivno-multiplikativni sustavi brojeva.....	28
4.5. Pozicijski sustavi brojeva	28
3.5.1. Babilonski sustav brojeva	29
5. RIMSKE BROJKE U MATEMATICI RAZREDNE NASTAVE	34
5.1. Rimske brojke u Kurikulu	34
5.2 Rimske brojke u udžbenicima Matematike u razrednoj nastavi	36
5.3. Empirijska istraživanja o rimskim brojkama u razrednoj nastavi	40
5.4. Prijedlozi za razradu sadržaja	42
6. Zaključak	46

1. UVOD

Broj se može definirati kao matematički pojam koji opisuje kolikoću nekoga skupa (Jakubović, 2016). Mogu se podijeliti u nekoliko vrsta brojeva poput prirodnih brojeva, cijelih brojeva, racionalnih brojeva, iracionalnih brojeva i realnih brojeva. U rječniku brojka je definirana kao znak za broj, a poistovjećuje se sa znamenkom (Anić, 1991). U Simboli koji se koriste radi zapisivanja brojeva nazivaju se znamenke,¹ dok STRUNA brojku u matematici definira kao zapis broja², a znamenku kao „broj istih potencija pri zapisu broja u brojevnom sustavu“. U ovome radu koristit ću pojmove *znamenka* i *brojka* prema definicijama STRUNA-e. Prema Hrvatskome jezičnome portalu su brojka i znamenka sinonimi. Brojevni sustavi su skupovi znakova i pravila za zapisivanje brojeva³. Mogu se podijeliti u dvije skupine: pozicijski i nepozicijski (Das i Lanjewar, 2012). U pozicijskom ili položajnom brojevnom sustavu vrijednost znamenaka određuje njihova pozicija u brojevnom zapisu³. U nepozicijskom ili aditivnome brojevnom sustavu zbrajaju se vrijednosti simbola u brojevnom zapisu³. Također se mogu podijeliti i prema ovisnosti vrijednosti znamenke o položaju na položajne i nepoložajne. Položajni su oni brojevni sustavi koji prikazuju brojeve znamenkama kojima vrijednost ovisi o položaju u zapisu broja, dok su nepoložajni oni kojima vrijednost zapisanoga broja ne ovisi o položaju znamenaka u zapisu broja³. Širenjem indoarapskoga sustava brojki potisnuti su mnogi drugi sustavi, a jedan od njih je rimski sustav brojki (Jakubović, 2016) koji se danas koristi tek u nekim marginalnim, ali svakidašnjim situacijama, a nekoć je bio proširen po Europi i Sredozemlju. Ima li danas uopće smisla poučavati učenike da se koriste rimskim sustavom brojki ili bilo kojim drugim sustavom brojki osim indoarapskoga i zašto? Odgovor na to pitanje, pokušat ćemo dati u ovome radu.

¹ Hrvatska enciklopedija: znamenka. Pribavljeno 28.7.2024. sa: <https://www.enciklopedija.hr/clanak/znamenka>

² STRUNA Hrvatsko strukovno nazivlje. Pribavljeno 28.7. 2024. sa: <http://struna.ihij.hr/search-do/?q=brojka&naziv=1&polje=0#container>

³ Hrvatska enciklopedija: brojevni sustav. pribavljeno 15.5.2024., sa <https://www.enciklopedija.hr/hr/clanak/brojevni-sustav>

2. O RIMSKOJ KULTURI I CIVILIZACIJI

2.1. Počeci rimske kulture i civilizacije

Grad koji se danas naziva Rim osnovali su prije više od 3000 godina pripadnici italskoga naroda Latina koji su naseljavali pokrajinu zvanu Latium. Ta se pokrajina nalazila na zapadu Apeninskoga poluotoka uz Tirensko more (Beard, 2016). Prema njihovoj predaji o nastanku grada Rima, kralja Alba Longe Numitora porazio je brat Amulije kako bi uzeo kraljevstvo za sebe te je prisilio kći Reu bivšega kralja da se priključi vjerskom redu i na taj način ostane djevica kako ne bi mogla roditi Numitorove potomke. No, u svetoj vatri koju je čuvala pojavio se bog Mars te je Rea s njime zatrudnjela i rodila blizance Romula i Rema. Kralj Amulije zapovjedio je da se blizanci ostave u divljini kako bi umrli, ali ih je othranila vučica, a kasnije ih je pronašao i spasio pastir. Kada su odrasli, vratili su Numitora na prijestolje Albe Longe i odlučili osnovati svoj grad (Beard, 2016). Zbog nesuglasica oko pozicije budućega grada, Romul je ubio svojega brata Rema i prema legendi osnovao grad Rim 21. travnja 753. godine pr. n. e. prema gregorijanskom kalendaru. Sami Rimljani naravno nisu koristili gregorijanski kalendar. Prema legendi, za uspostavljanje prvog rimskoga kalendara zaslužan upravo Romul. Godina toga kalendara sastojala se od deset mjeseci od kojih je šest trajalo 30 dana, a četiri 31 dan. Preostali dani u godinu bili su svrstani u nebrojane zimske dane. Već drugi rimski kralj, Numa Pompilije, za koga su Rimljani tvrdili da je ustanovio mnoge festivale i religijske institucije Rima (Beard, 2016.) dodao je na kalendar još dva mjeseca i time uspostavio kalendarsku godinu od 355 dana⁴. Prema Hrvatskoj enciklopediji su „svake druge godine nakon 23. veljače dodavana po 22 dana, a svake četvrte još po jedan, ukupno 23 dana.“⁵

⁴ Encyclopedia Britannica: The early Roman calendar. Pribavljeno 4.1.2024., sa <https://www.britannica.com/science/calendar/The-early-Roman-calendar>

⁵ Hrvatska enciklopedija: Kalendar. pribavljeno 4.1.2024., sa <https://www.enciklopedija.hr/hr/članak/kalendar>

Kao posljedica toga, broj dana u rimskome kalendaru se znatno približio broju dana u stvarnoj godini, ali je ona ipak bila ponešto duža, zbog čega su se s vremenom mjeseci prestali biti sinkronizirani s godišnjim dobima. Kako bi ih ponovo uskladio, Julije Cezar je u prvom stoljeću pr. n.e. uveo reformu kalendara. Taj reformirani kalendar danas nazivamo julijanskim kalendarom i još se koristi u nekim dijelovima svijeta. Godine su brojali na više načina. *Ad urbe condita* ili od osnutka grada, ili po grčkim olimpijadama. Svaka je godina dobila ime po dvojici konzula koji su te godine vladali državom (Brucia i Daugherty, 2007). Prikaz kalendara prije julijanske reforme pogledaj na Slici 1.

Slika 1: prikaz rimskoga kalendara iz 1. st. Stare Ere (Izvor: <https://www.amusingplanet.com/2021/07/46-bc-445-day-year.html>)

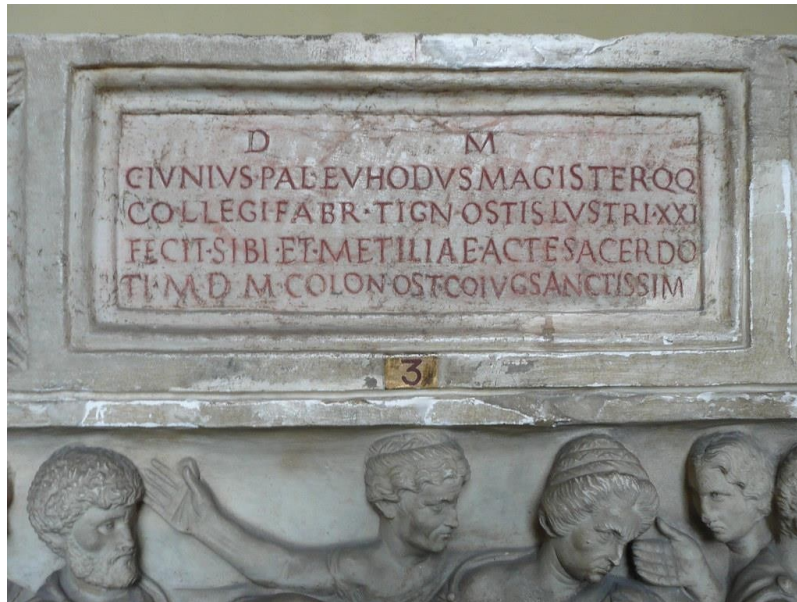


Nakon osnutka grada, prema rimskoj predaji, Rimom je vladalo ukupno sedam kraljeva. Drevni su Rimljani pripisivali svakome kralju uspostavu neke institucije ili naselja. Posljednji kralj, Tarkvinije prozvan Oholi i etruskoga podrijetla, biva svrgnut s vlasti od strane rimskoga puka i plemstva što je uslijedilo uspostavom Rimske Republike (Beard, 2016). Iako postoje spomenici iz toga legendarnoga doba koji spominju kralja, današnje spoznaje iz povijesti opovrgavaju tradicionalnu fantastičnu predaju o rimskim kraljevima. No, sigurno je da su narodi Etruščana koji su naseljavali područja sjeverno od grada Rima imali su primjetan utjecaj na ranu rimsku kulturu, posebno na religiju, pismo, ali i brojke (Beard, 2016).

2.2. Rimska kultura

O utjecaju Etruščana na pismo i brojke kojima su se služili stari Rimljani napisano dalje u ovome radu, a o utjecaju na religiju staroga Rima svjedoči najstariji rimski hram na Kapitolu koji je bio sagrađen u stilu Etruščana. Taj je hram bio toliko značajan za Rimljane, da kada bi gradili nove gradove, poput kolonije Pole u današnjoj Istri, prvo bi i u njima sagradili hram koji bi bio posvećen istim bogovima kao i taj na rimskom Kapitolu, bogovima Jupiteru, Minervi i Juno (Matijašić i Buršić, 1996). Od Etruščana su Rimljani preuzeli i ideju o bogovima koji odobravaju, na latinskome *Dei consentes*. To je bio skup od dvanaest bogova, među kojima je istaknut kralj bogova Jupiter, koji su upravljali svijetom (Perowne, 1990). Na rimsku religiju su velik utjecaj imali i Grci pridošlice koji su osnivali kolonije na otoku Siciliji i jugu Italije (Perowne, 1990). S vremenom su Rimljani tih dvanaest božanstava pripisali mitove grčkih dvanaest olimpijaca i tako ih poistovjetili s njima. Šest muških božanstava nazivali su se Jupiter, Neptun, Mars, Apolon, Vulkan i Merkur, a šest ženskih Juno, Minerva, Dijana, Venera, Vesta i Cerera (Perowne, 1990). Tijekom rimske civilizacije su Rimljani u svoj panteon prihvaćali i bogove drugih sredozemnih kultura uključujući maloazijsku Kibelu, egipatsku Izidu, pa naposljetku i kršćanskoga Isusa (Perowne, 1990). Rimljani su vjerovali da moraju držati bogove zadovoljnima kao bi ih bogovi darovali blagostanjem, ali i da su bili dužni uzvratiti darove koje su primili od bogova (Brucia i Daugherty, 2007). Najčešći način štovanja bogova bilo je prinošenje žrtava, obično u obliku životinja ili vina (Brucia i Daugherty, 2007). Osim bogova, Rimljani su održavali i kult mrtvih predaka koje su nazivali manima. Na nadgrobni spomenicima nerijetko se nalazio natpis *DM* što je skraćeno od „dis manibus“ u prijevodu „manima“ (Perowne, 1990), pogledaj Slika 2. Uz mane, drevni Rimljani štovali su i lare i penate, to jest kućne bogove (Perowne, 1990). Ti bogovi su bili zaduženi za očuvanja doma i njegovih stanovnika, a žrtve su im se prinisile na kućnome oltaru (Brucia i Daugherty, 2007).

Slika 2: prikaz rimskoga groba s natpisom DM (Izvor: <https://flickr.com/photos/mmarftrejo/4343771135>)



Osim privatnog štovanja postojale su i državne religijske institucije (Brucia i Daugherty, 2007). Najpoznatije su bile Vestalke. Bile su skupina od najčešće 6 djevnica koje su održavale vatru i kult boginje Veste, a imale su i veoma uglednu društvenu poziciju (Brucia i Daugherty, 2007). Najvažnija svećenička uloga u Rimu bila je pontifex maximus. *Pontifex maxismus* upravljao je raznim svećeničkim udrugama i držao je ulogu do smrti. Carevi su najčešće izabrani za pontifexa maximusa (Brucia i Daugherty, 2007).

Osim utjecaja Etruščana značajan utjecaj na rimsku kulturu imali su i grčki doseljenici s juga Italije. Grčki doseljenici su upravo ti od kojih su Etruščani preuzeli pismo (Cravetto 2007). U grčkim naseljima u južnoj Italiji i otoku Siciliji, takozvane Velike Grčke, djelovali su mnogi rani filozofi poput Pitagore, Empedokla i Parmenida. Čak je i Platon nakon Sokratove smrti u nekim periodima stvarao i djelovao na Siciliji i Apeninskom poluotoku. Od pjesnika iz Velike Grčke po utjecaju na rimsko pjesništvo ističe se Stesihor, koji je između ostalih pjesama ispjevao pjesmu Razaranje Ilija, koja je imala izričit utjecaj na najpoznatijega rimskoga pjesnika Vergilija i njegov ep Eneidu. Preko

grčkih doseljenika Rimljani se po prvi put susreću s komedijom i dramom, ali i historigrafija (Cravetto 2007). Narodni jezik drevnih Rimljana bio je latinski jezik. Naziv je dobio po kraju Laciju na Apeninskome poluotoku, gdje se nalazio grad Rim (Palmer, 1954). Latinski je bio samo jedan od njemu nekoliko bliskih italskih jezika koji su govorili neki od naroda na istome poluotoku (Palmer, 1954). Svi italski jezici srodni su s mnogim drugim jezicima Indije i Europe, poput sanskerta, grčkoga jezika, slavenskih, germanskih, keltskih jezika i mnogih drugih (Palmer, 1954). Svi ti jezici su potomci hipotetskoga prajezika i nazivaju se indoeuropskim jezicima (Palmer, 1954). Prvi značajan tekst na latinskome jeziku pojavljuje se sredinom 5. stoljeća pr.n.e pod nazivom Zakon XXII ploča. Prije zapisivanja zakona na dvanaest brončanih ploča, Rimljani su svoje pravo poznavali samo usmeno. Dijelio se na *fas* – dopušteno, *mos* – uobičajeno i *ius* – norma ili pravo. (Cravetto 2007). Zakon XXII ploča kao temelj rimskoga prava izrazito je utjecajan i u današnje doba iz razloga što većina modernih zemalja ima uspostavljeno građansko pravo koje je kao takvo nastao u doba Rimljana. Primjenjivali su i katastar s namjerom oporezivanja zemljovlasnika službeno evidentirajući površinu i kakvoću određenih zemljišta, a nakon pada Zapadnoga Rimskoga Carstva u petome stoljeću katastar se neće ponovo koristiti u Europi sve do kasnoga srednjega vijeka⁶.

Za razliku od svojih susjeda Grka Rimljani nisu bili poznati po matematičkim otkrićima. Ali zato su svoje spoznaje iz matematike primjenjivali u graditeljstvu. Rimske građevine koje stoje i danas svjedoče razvijenosti rimskoga inženjerstva. Znatniji građevinski materijali kojima su se koristili drevni Rimljani bili su drvo, kamen, cigla i cement, a kako taj težak materijal ne bi urušio građevinu koristili su konstruktivni element luk koji bi zahvaljujući svojem obliku raspodijelio po svojoj površini težinu koju drži i na taj način bio manje sklon pucanju⁷. Zahvaljujući naprednome inženjerstvu drevni su Rimljani sagradili oko 80 000 kilometra cesta povezanih mostovima širom

⁶ Hrvatska enciklopedija: Katastar. Pribavljeno 7.8.2024. sa: <https://www.enciklopedija.hr/clanak/katastar>

⁷ Enciclopedia Britannica: Roman achievements. Pribavljeno 7.8.2024. sa: <https://www.britannica.com/technology/construction/Roman-achievements>

Sredozemlja⁸, a gradili su i vodovode radi opskrbe stanovništva u većim gradovima. Iz istoga, ali i iz higijenskih razloga razvili su sustav kanalizacije, a njegov neizostavni dio su bile olovne cijevi⁴.

Tijekom iduća dva stoljeća nakon ploča Rimljani po prvi puta zapisuju svoje religiozne himne (Cravetto 2007). U Rimljana, uz iznimku religioznih himni, glazba se smatrala nižom umjetnošću. Grčki robovi u rimskim kućanstvima prevode djela grčke književnosti na latinski jezik što među nekim Rimljanima izaziva otpor ka grčkom utjecaju na rimsku književnost (Cravetto 2007). U 3. stoljeću pr.n.e književnik Nevije pod grčkim utjecajem piše prve tragedije u stihu na latinskome jeziku. Najpoznatiji rimski književnik Vergilije u 1. stoljeću pr.n.e osim već spomenute Eneide, epa o junaku Eneji koji putuje iz uništene Troje u Italiju, piše mnoge pjesme uključujući i Georgike ep o obradi zemlje i čuvanju stoke. Među značajnim književnicima rimske civilizacije ističu se Lukrecije, čija je najpoznatija pjesma O prirodi jedini čitavi očuvani tekst epikurejske filozofije te Ovid, prolifčni pjesnik čije je najpoznatije djelo Metamorfoze, ep koji prepjevava zbivanja od mitološkog nastanka svijeta do uspostave Rimskoga Carstva (Cravetto 2007). Oba književnika imati će izrazit utjecaj na renesansu oko 1500 godina nakon što su njihova djela zapisana.

2.3. Rimsko društvo

Život drevnih Rimljana, kao i svih ljudi, započeo bi naravno porođajem. Sam čin porođanja bio je izuzetno opasan za noseće žene. Svaka je pedeseta žena stradala zbog posljedica porođaja, a ni novorođena djeca nisu bila sigurna. Ona novorođenčad za koje je paterfamilias – glava obitelji, otac - dosudio da su bolesna ili slaba, bila bi napuštena (Beard, 2016). Djeca prihvaćena u obitelji i dalje bi bila sklona opasnim bolestima, no ona koja bi doživjela svoji deseti rođendan, vjerojatno bi doživjela i starost. Ako bi dijete doživjelo tjedan dana, paterfamilias bi prihvatio dijete i učinio ga članom obitelji. Tek par dana kasnije dijete bi bilo imenovano (Brucia i Daugherty, 2007).

⁸ Enciclopedia Britannica: Roman road system. Pribavljeno 7.8.2024. sa: <https://www.britannica.com/technology/Roman-road-system>

Drevni Rimljani su u pravilu nosili tri imena. To su bila *praenomen*, *nomen* i *cognomen*. *Praenomen* je bilo ime za koje bi se odlučili roditelji. *Nomen* je bilo ime proširene obitelji ili plemena kojemu je osoba pripadala, a *cognomen* je bilo ime određene uže obitelji toga plemena (Brucia i Daugherty, 2007). U rimskome društvu posvajanje djece nije bilo rijetka pojava. Najčešći razlozi posvajanja u višim klasama su bili osiguranje kontinuiteta obitelji, a u nižim garancija da će dijete biti podrška roditeljima u njihovoj starosti (Brucia i Daugherty, 2007). Većina djece rimskih građana bila je obrazovana (Brucia i Daugherty, 2007). Za odgoj i obrazovanje djece bila je odgovorna njihova obitelj. Paterfamilias mogao bi zaposliti učitelja kod kojega bi njegova djeca bila obrazovana. Među bogatijim obiteljima odgoj i obrazovanje djece vodio bi obrazovani rob, najčešće grčkoga podrijetla (Brucia i Daugherty, 2007). Osim učitelja, nekoj djeci je bio dodijeljen i rob prozvan *paedagogus*, otkuda riječ pedagogija vuče korijen. Uloga *paedagogusa* u odgoju i obrazovanju djeteta je bila pratiti dijete do mjesta na kojemu će ono dobiti instrukcije te asistirati djeci u njihovim školskim zadacima (Brucia i Daugherty, 2007). U ranoj dobi, djeca su bila podučavana vještinama čitanja i pisanja, a učila su i matematiku. Od nastavnih pomagala učenici su koristili voštane ploče i štapić s čijim bi jednim krajem urezivali slova i brojke u vosak, a drugim krajem bi nanovo poravnali ploču. Pri učenju aritmetike učestalo se koristilo nastavno pomagalo abakus (Brucia i Daugherty, 2007). Nakon završetka osnovnoga odgoja i obrazovanja, obitelji koje su si to mogle priuštiti slale su svoju djecu učitelju koji bi ih podučavao o djelima književnosti, najčešće i na latinskome i na grčkome jeziku. Taj se učitelj zvao *grammaticus* (Brucia i Daugherty, 2007). Potom su učenice prelazile na obrazovanje u svojem domu, dok su muški učenici nastavljali obrazovanje izvan doma, i to u vještini javnoga govora, gdje su učili pripremati govore za javnost te smišljati argumente, kojima bi opravdavali ili osuđivali djela ljudi iz stvarnoga života, ali i književnosti i mitologije (Brucia i Daugherty, 2007). Mlade djevojke su od svojih majki bile podučene kako upravljati kućanstvom, posao koji je uključivao zapovijedanje robovima i upravljanje kuharima. Uz vođenje kućanstava, žene su izrađivale odjeću (Brucia i Daugherty, 2007). Mladi muškarci po završetku obrazovanja bili su spremni započeti karijeru u javnome životu. Oni koji su se istaknuli u svojim vještinama tijekom obrazovanja i čije su obitelji bile za to financijski sposobne, mogli su nastaviti svoje obrazovanje, najčešće u Grčkoj, gdje bi unaprjeđivali svoje retoričke sposobnosti ili se bavili filozofijom (Brucia i Daugherty, 2007). Tijekom adolescencije i dječaci i djevojčice bavili su se fizičkim aktivnostima radi tjelesnoga zdravlja.

Pritom su fizički treninzi bili rjeđi u djevojaka nego momaka. Mladi muškarci igrali su se s loptom, vježbali borilačke vještine, plivali i učili jahati (Brucia i Daugherty, 2007). Dječaci iz obitelji koje nisu mogle priuštiti učitelje najčešće bi bili obrazovani od strane svojega oca koji bi ih poučavao svojemu zanatu (Brucia i Daugherty, 2007).

Osnovna klasna podjela u rimskome društvu je bila podjela na patricije i mnogobrojnije plebejce (Brucia i Daugherty, 2007). Patriciji su svoje korijene vukli od početaka Rima i time opravdavali svoj položaj u društvu. Bili su bogatiji stalež od plebejaca, no tijekom dugogodišnjega trajanja Rimske Republike mnoge patricijske obitelji su izgubile svoje bogatstvo, dok su se neke plebejske obitelji obogatile. Zahvaljujući tome prije konca Republike dolazi do novoga klasnoga poretka. Bogati plebejci i patriciji koji su očuvali svoje bogatstvo čine stalež nazvan *optimates* ili najbolji, dok ostatak stanovništva čini puk (Brucia i Daugherty, 2007). Osim što je na živote Rimljana utjecala klasa u kojoj su rođeni, kao što je već spomenuto pri obrazovanju i rod je igrao značajnu ulogu. U patrijarhalnom društvu žene nisu imale pravo sudjelovati u politici, niti u vojsci, ali su prakticirale svoj utjecaj imajući glavnu ulogu pri upravljanju kućanstvom, koje je osim članova obitelji i robova, ponekada uključivalo i zaposlenike (Brucia i Daugherty, 2007). Obični brakovi nisu bili državno regulirani, nego su nastajali društvenim dogovorom i na isti način su mogli biti raskinuti. Pri vjenčanju roditelji nevjeste dali bi miraz, koji bi u slučaju raskida braka bio vraćen. (Beard, 2016). No, uz obične, postojali su i vjerski brakovi koji su bili mogući jedino uz suglasnost rodbine i mladenaca, te prisustvo čovjeka zaduženoga za religijske obrede pod uvjetom da su oba mladenca bili rimski građani. Pri ulasku u brak djevojka bi postala žena žrtvujući kućanskim bogovima svoje igračke iz djetinjstva (poput igračke prikazane na slici 3), dok bi dječaci postajali muškarci pri prvome brijanju brade (Brucia i Daugherty, 2007).

Slika 3: Ostatci igračke – lutke čuvani u arheološkom muzeju u Zadru iz doba Rimskog Carstva (Izvor: autor rada)



Rastava vjerskoga braka zahtijevala je valjan razlog poput preljuba ili neplodnosti. Među višim slojevima rimskoga društva brakovi su bili dogovoreni od strane obitelji radi osiguranja imovine (Cravetto 2007). Nakon raskida braka žena bi se najčešće vratila u kuću svojega oca, ali djeca bi ostala u muževoj obitelji. Iako su žene najčešće financijski zavisile o svojemu ocu ili mužu, u slučaju rastave braka ili udovstva postojala je mogućnost da žena za sebe stekne financijsku nezavisnost (Brucia i Daugherty, 2007). Iako brakovi nisu bili državno regulirani, muškarci koji do dvadeset i pete godine nisu bili oženjeni trebali su državi plaćati kaznu. Žene su financijski ovisile o svoji muževima ili očevima, ali u slučaju rastave ili braka bilo je moguće da si osiguraju financijsku nezavisnost. (Brucia i Daugherty, 2007). *Familias* – rimski naziv za kućanstvo ili obitelj – uključivao je roditelje, djecu, ali i robove. Robovi su obavljali poslove poput održavanja vrtova, kuhanja i čišćenja, ali i zapisivanja i poučavanja. Kvaliteta života robova je znatno varirala. Neki su živjeli zlorabljani, dok su drugi živjeli raskošne živote udobnije od osiromašljenih slobodnih građana (Beard, 2016). Brucia i Daugherty navode da su čak i siromašne rimske obitelji često imale roba.

2.4. O rimskoj kulturi i civilizaciji na hrvatskom povijesnom prostoru

Oko početka prvoga stoljeća uspostavljena je rimska uprava nad istočnom obalom Jadranskog mora, a do kraja stoljeća se širi do rijeke Dunav koja će služiti kao granica Rimskoga Carstva (Matijašić 2009). Područje koja obuhvaća hrvatski povijesni prostor Rimljani u početku nazivaju Ilirik prema ilirskim narodima koji su ga obitavali, a kasnije ga dijele na provinciju Dalmaciju i provinciju Panoniju. Uspostavom rimske vlasti nad Ilirikom započinje povezivanje primorskih gradova poput Aenone i Iadere te kontinentalnih gradova poput Siscie i Celeie trgovačkim vezama i prometnicama (Mimica, 2003). Rimski legionari izvršivši svoju vojnu obvezu dobivaju zemlju u Iliriku i tu se nastanjuju, grade vlastita naselja i gradove ili kolonije, a među njima Polu i Tarsaticu, dok će Iliri koji pohađaju vojsku biti primorani koristiti se latinskim jezikom i upoznati rimske običaje (Mimica, 2003). Ta dva faktora i širenje trgovinskih veza s Rimom zaslužna su za proces romanizacije (Mimica, 2003). Romanizacija je proces, kojim nerimski narodi prihvaćaju rimsku kulturu, jezik i običaje te njima zamjenjuju vlastite. Viši slojevi ilirskoga društva prvi će prihvatiti rimski način života, a tek nakon njih i puk (Matijašić 2009). Romanizacija će se prvo odvijati u primorskim gradovima, od kojih će najveći biti Salona, koja je pri svom vrhuncu bila naseljena sa 60 000 stanovnika ilirskoga, latinskoga i grčkoga podrijetla (Mimica, 2003). Iadera, najveći grad ilirskog plemena Liburna, bio je među prvima koji je bio romaniziran. Uskoro su proces pratila i ostala područja naseljena Liburnima, a to su zemlje između rijeke Raše i rijeke Kupe (Matijašić 2009). Zahvaljujući romanizaciji svi su ti narodi pomiješani u gradovima govorili istim jezikom i prakticirali iste običaje. Ruralna područja, za razliku od urbanih, nisu bila sklona romanizaciji. Rimska država nije ni očekivala da se pokoreni narodi romaniziraju, već im je pustila da očuvaju svoje običaje, institucije i vjeru (Mimica, 2003). U ruralnim se područjima tako očuvao autohtoni jezik, domaća imena, nošnja i religija. U njima se latinski jezik pojavljuje tek u iskrivljenom obliku na nadgrobni spomenicima i predmetima (Mimica, 2003). Rimljani su tijekom kolonizacije na istočnoj obali Jadrana gradili kazališta, od kojih su najpoznatija dva kazališta u Poli i jedno u Saloni (Matijašić 2009). U isto to vrijeme, na prijelazu iz Stare u Novu Eru, izgrađen je i poznati amfiteatar u Poli (Matijašić 2009). Rimljani grade i terme ili javna kupališta na području Ilirika (Matijašić 2009), ali oko mnogih gradova i kolonija poput Pole grade obrambene bedeme (Matijašić i Buršić, 1996). Obalni su se gradovi brzo razvijali pod rimskom upravom, dok su gradovi u unutrašnjosti

bili pod stalnom prijetnjom ratovanja s Dačanima i Markomanima (Matijašić 2009). Nakon što su rimske legije ugušile veliki ustanak u Iliriku protiv Rima tijekom prvoga stoljeća, velika provincija Ilirik je podijeljena je na dvije manje provincije, Dalmaciju uz obalu od rijeke Raše do Albanije te Panoniju u unutrašnjosti (Matijašić 2009). Te dvije sada razdijeljene provincije Rimljani su povezali mrežom visokorazvijenih cesta, koje su uz morske i riječne puteve bile jedini način „brzoga“ putovanja u starome vijeku (Matijašić 2009). Ubrzano putovanje nije služilo samo rimskoj vojsci za bolju kontrolu nad osvojenim područjima, nego je i ubrzalo i proširilo trgovanje na tim područjima (Matijašić 2009). Uz ceste bila su izgrađena odmorišta, manja naselja, ali i vojne utvrde (Matijašić 2009). Od svih izgrađenih cesta na povijesnim hrvatskim prostorima dvije su bile najvažnije. Jedna je bila obalna cesta koja je povezivala rimske kolonije i razvijene gradove na istočnojadranskoj obali, a druga je cesta povezivala najveći obalni grad Salonu s granicom carstva u Panoniji na rijeci Dunavu (Matijašić 2009). Zahvaljujući panonskom ravnom terenu, ondje je gradnja cesta bila intenzivnija nego u bogatijoj Dalmaciji što je omogućilo povezivanje gradova poput Siscije, Murse i Cibalaeje (Matijašić 2009). Proces romanizacije imao je i snažan utjecaj na ilirsku religiju. Iliri su svoja božanstva s vremenom izjednačili s rimskima. Na koncu su zamijenili njihova imena s imenima božanstava Rimljana (Matijašić 2009). Mnogo kasnih rimskih careva bilo je ilirskoga podrijetla. Od rođenih na povijesnom području hrvatske, najpoznatiji je car Dioklecijan, rođen u blizini današnjega Splita. Tijekom svoje vladavine doveo je stabilnost u carstvo uspostavom tetrarhije – podjela carstva među četvoricom vladara (Mimica, 2003) što je vidljivo na Slici 4. Dioklecijan se istaknuo u izgradnji cesta, a njegova najpoznatija građevina je Dioklecijanova palača u današnjem Splitu (Slika 5) u kojoj je proveo ostatak svojega života nakon što je abdicirao sa carskoga prijestolja.⁹ Dioklecijan je bio poznati reformator. Osim što je preuredio unutarnju upravnu podjelu carstva, uveo je i ekonomske reforme radi suzbijanja inflacije ograničavanjem najviših cijena (Matijašić 2012). Car Dioklecijan ostao je poznat u narodu kao i progonitelj kršćana (Matijašić 2012). U nekoliko navrata zapovjedio je rušenje crkava, paljenje

⁹ Hrvatska enciklopedija: Dioklecijan, Gaj Aurelije Valerije. Pribavljeno 7.3.2024.
<https://www.enciklopedija.hr/clanak/dioklecijan-gaj-aurelije-valerije>

svetih knjiga i kažnjavanje onih koji su odbijali sudjelovati u rimskoj javnoj religiji (Matijašić 2012). S vremenom se razvila književna tradicija o onima koji su pod njegovom vladavinom postali mučenici (Matijašić 2012). Usprkos njegovu progonu kršćana, kršćanstvo se naposljetku proširilo carstvom, a najistaknutiji kršćanin antike na hrvatskom povijesnom prostoru bio je Sveti Jeronim, rođen u Dalmaciji. Bio je crkveni otac i pisac, a bavio se i filologijom (Mimica, 2003). Preveo je sa grčkoga cijelu Bibliju na latinski jezik, a sam taj prijevod se koristio u katoličkoj crkvi do modernoga doba. (Mimica, 2003). U srednjemu vijeku i nadalje Jeronimu se netočno pripisivao izum glagoljice (Mimica, 2003). Nakon što je kršćanstvo postalo službena religija u carstvu na hrvatskom povijesnom prostoru grade se razne crkve od kojih su neke i danas sačuvane, poput Eufrazijeve bazilike u Poreču izgrađene u petstotim godinama tijekom vladavine istočnorimskog cara Justinijana (Matijašić 2012).

Slika 4: Podjela rimskoga Carstva među četvoricom vladara u doba cara Dioklecijana (Izvor: <https://courses.lumenlearning.com/suny-hccc-worldhistory/chapter/diocletian-and-the-tetrarchy/>)



Slika 5: Prikaz Dioklecijanove kako je nekada izgledala (Izvor: <https://courses.lumenlearning.com/suny-hccc-worldhistory/chapter/diocletian-and-the-tetrarchy/>)



3. SUSTAV RIMSKIH BROJKI

3.1. Povijest i razvoj rimskih brojki

Brojka se u matematici može definirati kao zapis broja¹⁰. Brojke koje danas nazivamo rimskima razvijale su se kroz stoljeća. No, taj se razvoj može podijeliti u četiri stupnja:

- I. rezovi autohtoni Apeninskom poluotoku
- II. etruščanske brojke
- III. stare rimske brojke
- IV. standardizirane rimske brojke

Drevni su Rimljani svoje prvo pismo preuzeli od već spomenutih susjeda Etruščana (Jakubović, 2016). To su pismo izmijenili prilagodivši ga svojem jeziku latinskome i tako su razvili svoje vlastito pismo latinicu. No, osim pisma, Rimljani su svoje prve brojke također preuzeli od istih, prilagodili ih i stvorili brojke koje danas nazivamo rimskima (Jakubović, 2016). Iako su sami Etruščani preuzeli svoje pismo od Grka, njihov način zapisivanja brojki je autohton (Ifrah, 2000). Isprva su Etruščani zapisivali brojeve rezovima, zbog čega se brojevi jedan dva i tri zapisuju brojkama I, II i III. A kao i svoje pismo, Etruščani su i svoje brojke čitali s desna na lijevo (Jakubović, 2016). Tek je kasnije rez, zbog svoje sličnosti sa slovom I poistovjećen s istim (Keyser, 1988). Za preostale brojke su Etruščani koristili posebne simbole, koje su s vremenom zamijenili njima najbližim simbolima iz svoje abecede (Jakubović, 2016). Na slici 6 pogledati usporedbu etruščanskih i njima odgovajućih indoarapskih brojki.

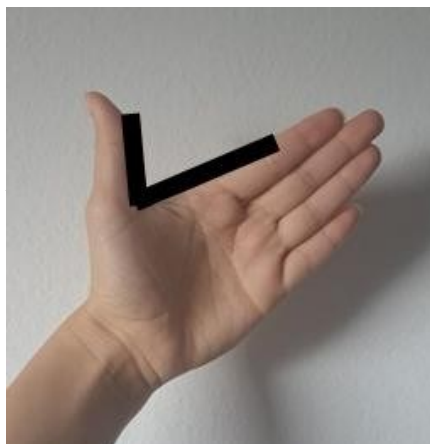
Slika 6: Usporedba etruščanskih, rimskih i indoarapskih brojki

¹⁰ STRUNA Hrvatsko strukovno nazivlje. Pribavljeno 1.10.2024. sa: <http://struna.ihji.hr/search-do/?q=brojka&naziv=1&polje=0#container>

Etrušćanske brojke	Rimske brojke	Indoarapske brojke
I	I	1
Λ	V	5
X	X	10
↑	L	50
⌘	C	100
XXΛ ili s desna na lijevo (ΛXX)	XXV	25
↑XXΛIIII ili s desna na lijevo (IIIIΛXX↑)	LXXIX	79
⌘XX↑II	CCXLII	242

No, između etrušćanskih brojki i rimskih brojki kakve poznajemo danas nalazi se još jedan sustav brojki, takozvane stare rimske brojke. Rimljani su uveli način pisanja brojki s lijeva na desno, u redcima od gore prema dolje (Jakubović, 2016). Neke brojke poput I, II i III ostale su identične onim etrušćanskima. Brojke V i X (čija vrijednost iznosi 5 i 10) tako se zapisuju jer otvoreni dlan jedne ruke s odvojenim palcem (ukupno 5 prstiju) nalikuje simbolu slova V (pogledaj sliku broj 7) dok dva takva otvorena dlana (ukupno 10 prstiju) nalikuju simbolu slova X (Jakubović, 2016).

Slika 7: Prikaz mogućega podrijetla brojke „V“



Neke brojke poput C i M (čija vrijednost iznosi 100 i 1000) su predstavljale simbol početnoga slova brojne riječi koju predstavljaju. Tako od latinske brojne riječi za sto *centum* dobivamo brojku C, a riječi za tisući *mille* brojku M (Jakubović, 2016). Podrijetlo preostalih brojki nije sasvim jasno. Broj 50 zapisuje se simbolom L. Nekada se zapisivalo simbolom Ψ, a moguće je da se je s vremenom pojednostavljeno zapisivalo kao ⊥, a tek onda se još pojednostavilo i poistovjetilo sa simbolom slova L. Nekada se simbol broja tisuću pisao kao CIƆ, ali moguće je da se onda samo polovina tog simbola IO poistovjetila sa simbolom slova D koji je onda predstavljao polovinu broja tisuću, što iznosi petsto (Jakubović, 2016). Nekoć je bila popularna teorija da su rimske brojke izvedene iz grčkoga alfabeta, ali autori Jakubović (2016) i Keyser (1988) odbijaju tu teoriju. Budući da najveći broj koji se može zapisati ovim brojkama iznosi MMMCMXCIX (vrijednosti 3999), postavlja se pitanje kako su bili zapisivani veći brojevi. Bilo je moguće zapisivati veće brojeve stavljanjem brojki u zagradu ili dodavanjem crta iznad njih. Time bi se vrijednost tih znamenaka pomnožila sa tisuću ili bi se pomnožila sa tisuću za svaku dodanu crtu (Jakubović, 2016). Usporedbu latinskih brojki s indoarapskim pogledati na Slici 7.

Slika 7: Usporedba rimskih i indoarapskih brojki (Izvor: <https://www.cuemath.com/numbers/roman-numerals/>)

1 I	11 XI	30 XXX	500 D
2 II	12 XII	40 XL	600 DC
3 III	13 XIII	50 L	700 DCC
4 IV	14 XIV	60 LX	800 DCCC
5 V	15 XV	70 LXX	900 CM
6 VI	16 XVI	80 LXXX	1,000 M
7 VII	17 XVII	90 XC	2,000 MM
8 VIII	18 XVIII	100 C	3,000 MMM
9 IX	19 XIX	200 CC	4,000 M \bar{V}
10 X	20 XX	300 CCC	5,000 V $\bar{}$
		400 CD	10,000 X $\bar{}$

Pisanje rimskim brojkama nije bilo standardizirano i stoga postoje razne inačice u pisanju. Broj IV ponekad bi bio zapisan u obliku IIII (Jakubović, 2016). Budući da je takav zapis za broj 4 došao iz unarnoga zapisa, vjerojatno je to bio originalan način zapisivanja, a oblik IV se razvio kasnije, već kod Etruščana koji su prije drevnih Rimljana koristili aditivni i suptraktivni zapis brojeva. Jedno opravdanje za takav način zapisivanja je da se ime vrhovnog rimskoga božanstva Jupitera zapisivalo IVPITER, a ime se kraće zapisivalo jednostavno IV. Radi poštovanja prema božanstvu, neki su Rimljani izbjegavali zapis IV (Jakubović, 2016). Na isti način i broj 900 se mogao zapisati u obliku DCCCC umjesto CM (ako na slici broj 8), kao što se može vidjeti i danas na zgradi Hrvatskih željeznica (slika dolje desno). Nakon pada Zapadnoga Rimskoga Carstva, u Europi se rimske brojke počinju zapisivati i malim slovima (Jakubović, 2016), pa se primjerice umjesto II može zapisati i ii. Razvio se i običaj da se zadnja jedinica umjesto slova i zapisuje novim slovom j (Jakubović, 2016). Na taj način se broj xxiii mogao zapisati i kao xxiiij. Postojao je i kraći zapis broja II. Izgledao je kao dugačka okomita ravna crta. Pa se primjerice broj XXII mogao zapisati XX| (Jakubović, 2016). Ove razne varijante rimskih brojki su se rabile još od doba drevnoga Rima, pa i kroz cijeli srednji vijek, a danas nisu dio standardiziranog zapisa rimskih brojki.

Slika 8: Zapis broja četiristo rimskom brojkama inačicom „CCCC“ na zgradi (Izvor: https://www.waymarking.com/waymarks/wmDW7E_MDCCCCIII_1903_Greek_Evangelical_Church_Newton_MA)



3.2. Upotreba rimskih brojki

Rimskim brojkama je bilo izuzetno teško računati (Ifrah, 2000). Zbrajanje i oduzimanje moguće je izvoditi na sličan način kao i danas. Primjerice, ako bi od broja 728 oduzimali broj 349, mogli bi to izvesti ovako:

DCC	XX	VIII
-CCC	XV	IX
= CCC	LXX	IX

U ovome slučaju, najjednostavniji način oduzimanja je zapisati zadane vrijednosti indoarapskim brojkama te zatim izvesti aritmetičku operaciju. No, u pojedinim slučajevima računanje rimskim brojkama može biti čak jednostavnije od računanja indoarapskima. Kao na primjer, kada bi od broja 336 (CCCXXXVI) oduzimali broj 125 (CXXV), mogli bi to izvesti ovako:

CCC	XXX	VI
-C	XX	V
= CC	X	I

U ovome slučaju, sve što smo učinili je razložili zapis broja na dekadске jedinice, pa oduzeli broj znamenki iz gornjega reda za broj za broj istih znamenki iz donjega reda. Slično vrijedi i za zbrajanje. Primjerice:

C	X	II
+ CC	XX	VI
= CCC	XXX	VIII

U ovome slučaju smo jednostavno razložili zapis broja na dekadске jedinice, te svakoj znamenki iz gornjega reda pridodali znamenke iz gornjega reda. Naravno, to nije uvijek moguće. Primjerice:

DCC	LXXX	V
+ CD	LXXX	VII
= MCC	LXX	II

U ovome slučaju je ponovno najlakša metoda računanja zapisati broj indoarapskim brojkama, izračunati, pa zbroj zapisati rimskom brojkom. Za sve aritmetičke operacije internetske stranice koje su namijenjene djeci poput Math-Only-Math.com i CSSMathAnswers.com predlažu istu metodu računanja. Isto dakle vrijedi za množenje i dijeljenje:

	XX	IV
x	XXX	I
= DCC	XL	IV

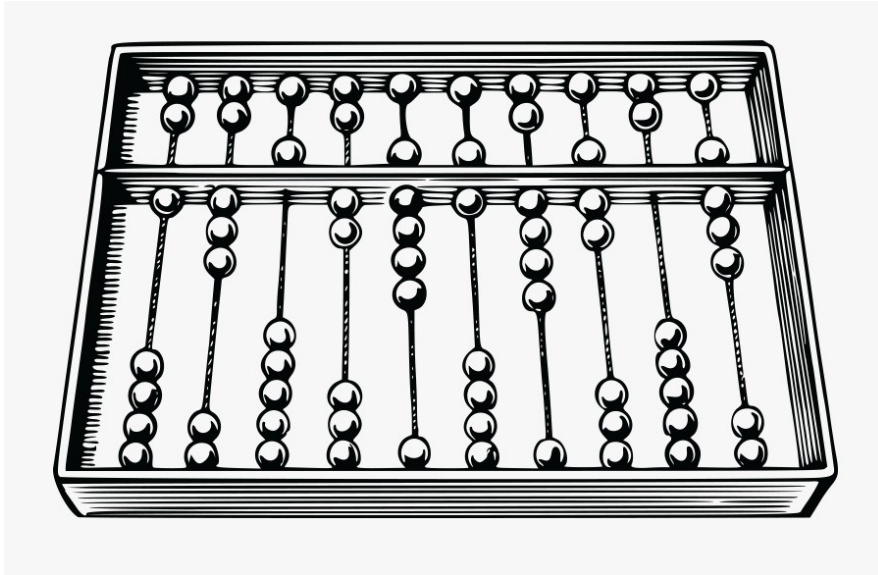
C	LX	IX
/	X	III
	X	III

Dakle, kao pravilo palca, ovo su koraci za računanje rimskim brojkama:

1. *Zapis brojeva rimskim brojkama zapiši indoarapskim brojkama.*
2. *Primijeni aritmetičku operaciju.*
3. *Rezultat zapiši rimskom brojkom.*

S toga ne čudi da nam drevni Rimljani nisu ostavili mnogo vlastitih spoznaja iz matematike. Baš kao i Etruščani i Grci prije njih, drevni Rimljani su za jednostavnije računanje (Ifrah, 2000) koristili abakus (Slika 9). Abakus je naprava kvadratnoga oblika, vodoravno podijeljenoga šipkom u dva dijela. Gornja i donja strana abakusa povezana je nizom stupića. Na svakom od tih stupića nalazi sedam brojnica, pet na donjoj strani, a dvije na gornjoj strani uređaja. Brojnicama na donjoj najdesnijoj strani bila je dodijeljena vrijednost 1, a onima na gornjoj najdesnijoj strani bila je dodijeljena vrijednost 5. Pomakom jedne donje najdesnije brojnice prema šipki koja dijeli abakus na dva dijela označuje se povećanje vrijednosti za 1. Dakle jedna donja najdesnija pomaknuta brojnica prema šipki predstavlja broj 1, a tri pomaknute najdesnije brojnice prema šipki predstavljaju broj 3. Kada je svih pet donjih najdesnijih brojnica pomaknuto prema šipki, one se vraćaju na svoje mjesto, a jedna gornja najdesnije brojnica (čija je vrijednost jednaka vrijednosti 5 donjih brojnica) se zatim pomiče prema šipki. Nakon što bi obje gornje najdesnije brojnice bile pomaknute prema šipki, one se vraćaju na mjesto, a donja brojnica na stupiću lijevo od njih se pomiče prema šipki, dok vrijednost te brojnice iznosi 10. Brojnice na donjoj strani abakusa predstavljaju dekadске jedinice. Najdesnija predstavlja broj 1, ona lijevo od nje broj 10, ona lijevo od nje broj 100 i tako dalje, dok brojnice na gornjoj strani uređaja uvijek imaju vrijednost jednaku vrijednosti brojnice na istom stupiću u donjoj strani uređaja pomnoženu s 5. Iako je to najčešća varijanta abakusa, postoje i različite s različitim brojem brojnica na gornjoj i donjoj strani. Usprkos manjku matematičkih otkrića u rimskoj civilizaciji, drevni Rimljani bili su uspješni u kvalitetnoj primjeni tadašnjih matematičkih spoznaja u praktične svrhe poput gradnje, oporezivanja i računanja vremena.

Slika 9: Ilustracija rimskoga abakusa (Izvor: https://www.clipartkey.com/view/bRTJTw_roman-abacus-black-and-white-mathematics-counting-abacus/)



Danas rimske brojke imaju marginalnu ulogu. Koriste se uglavnom iz estetskih razloga. Učenici razredne nastave moći će ih uočiti na nekim otmjenijim satovima ili na starijim zgradama ili spomenicima na kojima označavaju datum njihove izgradnje. Moći će ih susresti i u nazivima ulica mjesta u kojemu žive. Što se medija koje djeca te dobi konzumiraju, rimske se brojke mogu uočiti u naslovima nastavaka filmova ili videoigara, a manje često u poglavljima knjiga ili zapisa broja godine u filmu. Djeca osnovnoškolske dobio bit će i u doticaju s dramskim predstavama u kojima se redosljed scene nerijetko označava rimskim brojkama. Što se tiče glazbe, redni broj simfonije također se nerijetko označava istim. Učenici koji imaju određene posebne interese kao što su na primjer povijest, moći će uočiti rimske brojke pridružene imenima vladara, dok će na primjer oni koji se interesiraju za astronomiju moći uočiti rimske brojke pridružene imenima prirodnih satelita planeta Sunčevoga sustava. Iz kojega se onda razloga rimske brojke uče u razrednoj nastavi? Na to pitanje pokušat ćemo dati odgovor u nastavku.

4. POVIJESNI BROJEVNI SUSTAVI I USPOREDBA S RIMSKOM BROJEVNIM SUSTAVOM

Brojevni sustav je skup znakova i pravila za zapisivanje brojeva¹¹. Mogu se podijeliti po strukturi u dvije skupine: pozicijski i nepozicijski, također zvani aditivni brojevni sustavi (Das i Lanjewar, 2012), a među nepozicijskima se dijele na aditivne i neaditivne. U pozicijskom ili položajnom brojevnom sustavu vrijednost znamenaka određuje njihova pozicija u brojevnom zapisu⁴. U aditivnome brojevnom sustavu zbrajaju se vrijednosti simbola u brojevnom zapisu⁴.

4.1. Unarni brojevni sustav

Vjerojatno najstariji brojevni sustav je bio brojevni sustav s osnovom jedan, takozvani unarni brojevni sustav (Das i Lanjewar, 2012). Arheološka istraživanja ukazuju da je baš taj brojevni sustav bio najstariji (Ifrah, 2000). To je najjednostavniji sustav i razumljivo je da je najstariji, a radi se o crticama koja svaka označava jedno pojavljivanje. Prokađene su kosti na kojima su ljudi urezivali nizove crtica, a svaka crtica bi mogla predstavljati broj jedan, dvije crtice bi mogle predstavljati broj dva, tri crtice bi mogle predstavljati broj tri i tako dalje. Na Slici 10 demonstrirano je korištenje prstiju kao unarnoga brojevnoga sustava. Upravo zbog činjenice da ljudske ruke imaju ukupno deset prstiju i zbog potrebe za brojenjem većih količina u mnogim kulturama rano se razvio, kao posljedica grupiranja i to, zbog prstiju, u grupe po deset dekadski brojevni sustav (Ifrah, 2000). Prethodno prstima, korišteni su i rezovi, kamenčići, štapići i slično. Arheološke dokaze o takvome načinu brojanja vidimo s područja Bliskoga istoka gdje pronađena glinena oblikovana u razna geometrijska tijela, poput kugla ili piramida, a stara je do četiri tisuće

¹¹ Hrvatska enciklopedija: brojevni sustav. pribavljeno 15.5.2024., sa <https://www.enciklopedija.hr/hr/članak/brojevni-sustav>

godina. Ta je glina obično „ukrašena“ raznim crtama i točkama, a pretpostavlja se da je predstavljala broj nečega, vjerojatno određenih gospodarskih dobara, a da je služila radi brojanja tih dobara.

Budući da se pridodavanjem jednoga objekta skupu povećava brojčana vrijednost za jedan, ovaj unarni brojevni sustav je svrstan među adicijske ili aditivne brojevne sustave (Das i Lanjewar, 2012). Kromanjanski čovjek je bio jedan od populacija ranog anatomski modernoga čovjeka koji se se koristio unarnim brojevnim sustavom u periodu od 35000 do 20000 godine prije nove ere (Ifrah, 2000). Na to nam ukazuju rezovi na kostima koje su nam oni ostavili za sobom (Ifrah, 2000). I dan danas je unarni sustav brojeva u koristi pri brojanju na prste, glasovanju, na igraćim kockama, zapisivanju bodova u određenim igrama ili zapisivanju dana.

U zapisu broja u aditivnim brojevnim sustavima svaki simbol ima uvijek istu brojčanu vrijednost. No, aditivni brojevni sustav ima jedan problem. Krajnje je nepraktičan za zapisivanje velikih brojeva. Zato su mnogi narodi tražili rješenja za taj problem. Jedno rješenje toga problema je bilo aditivno notiranje brojeva. Ono ćemo pojasniti u nastavku.

Slika broj 9: Brojanje na prste do četiri kao primjer unarnoga brojevnoga sustava



4.2. Staroegipatske brojke

Pri aditivnom notiranju brojeva određeni se brojevi zapisuju posebnim znakovima, dok se ostali brojevi zapisuju kombiniranjem tih brojeva na način da se njihove vrijednosti zbrajaju. Drevni su

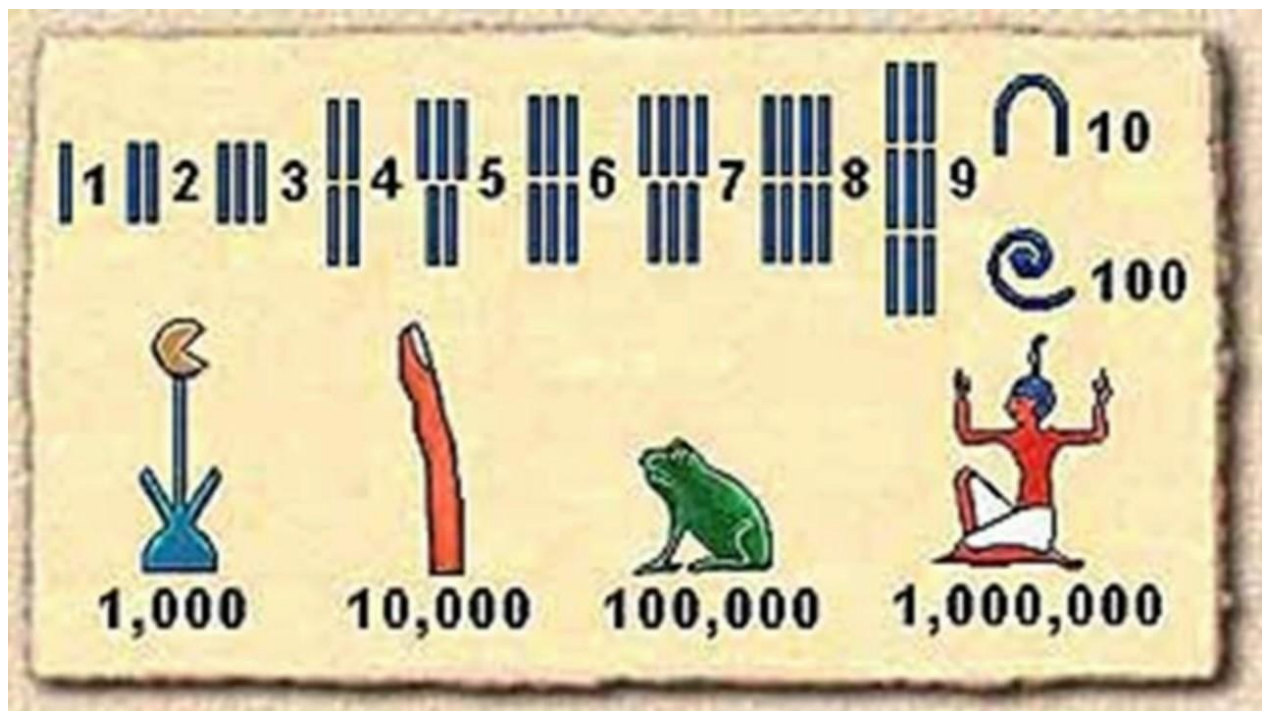
Egipćani, na primjer, za te određene brojeve odabrali dekadске јединице. Odabir dekadskih јединица је био послједича бројања на прсте. Posebni simbol za јединицу је био potez, za deseticu potkova, za stoticu savijeno užе, za tisućicu lopoč, za desetstisućicu prst te konačno za stotisućicu gušterica (Devidé, 1979). Zašto su baš ti simboli odabrani nije ni danas poznato (Ifrah, 2000). Najstariji očuvani zapis egipatskih brojki star je 5000 godina, a označuje broj raznovrsnoga blaga što ga je egipatski faraon osvojio u ratu (Ifrah, 2000). Egipćani bi u ovom sustavu 2023 zapisali tako da bi broj dvije tisuće dvadeset i tri zapisali s 2023 poteza. Zapisivanje toga bi bilo nepraktično, a i zapis bi bio nečitak. Aditivnim notiranjem isti bi se broj mogao zapisati na način da s desna ulijevo zapišu dva simbola za tisućicu (savijeno užе), dva simbola za deseticu (potkova) i tri simbola za јединицу (potez). Sličan brojevni sustav razvio se na području današnjega Irana u četvrtome tisućljeću prije nove ere (Ifrah, 2000). Različite dekadске јединице bile su prikazivane pečenom glinom u različitim oblicima (Ifrah, 2000). To je bio i prvi način zapisivanja brojeva u pisanoj povijesti (Ifrah, 2000). Drevni Egipćani su se koristili još јednim brojevnim sustavom zvanim hijeratskim. Taj sustav brojki imao je simbole za sve brojeve od јedan do devet, ali tu sličnosti s indoarapskim sustavom brojki završavaju. U hijeratskom brojevnim sustavu postojale su brojke koje označavaju sve višekratnike broja deset do devedeset, pa sve višekratnike broja sto do devetsto i sve višekratnike broja tisuću do devet tisuća. Dakle ukupno trideset i šest različitih simbola. I taj se sustav svrstava u adicijske brojevne sustave.

Baš kao i Egipćani prije njih, Rimljani su za brojeve koje će prikazivati posebnim znakovima odabrali dekadске јединице, ali za razliku od egipatskoga brojevnoga sustava, u rimskom brojevnim sustavu posebnim znakovima se označuju i peterostruki višekratnici dekadskih јединица. Rimski sustav brojeva ne spada među aditivne sustave, nego se može opisati kao aditivno-suptraktivni ili sabirno-oduzimajući (Devidé, 1979). U ovome sustavu brojeva broj 2449 se mogao zapisati aditivno u obliku MMCCCXXXIII, ali kako bi se uštedilo na vremenu i radu pri pisanju (uklesivanju u kamen) brojeva, umjesto da bi istu brojku zapisali četiri puta, zapisali bi brojku samo јednom, a desno od nje bi zapisali brojku za peterostruki broj ili iduću višu dekadsku јединицу. Zapisano na ovaj način, broj 2449 bi izgledao ovako – MMCDXLIX. Jasno je da su u tome zapisu aditivno zapisane prve dvije brojke, dok kod zapisivanja ostalih brojki se koristi suptraktivna ili oduzimanje, a oduzima se dekadска јединица od svojeg peterostrukoga broja ili iduće više dekadске јединице. U zapisu broja rimskim brojkama se adicija koristi kada se brojka јednake ili manje

vrijednosti zapiše desno od brojke jednake ili veće vrijednosti. Primjerice XX ili CV. Suptrakcija se koristi kada se brojka veće vrijednosti zapiše desno od brojke manje vrijednosti. Na primjer CM. Također pri suptrakciji I se mora nalaziti lijevo od V ili X, X se mora lijevo od L ili C, a C se mora nalaziti lijevo od D ili M. U ostalim slučajevima se koristi adicija.

Zanimljivo je da osim rimskog brojevnog sustava, aditivno-suptraktivni sustav brojeva koristimo se i u današnjem svakodnevnome životu pri određivanju vremena. Tako se može reći deset do pet, *kvarat* do tri ili pol (do) dva.

Slika 11: Egipatske brojke u usporedbi s njima odgovarajućim indoarapskim brojkama (izvor: <https://www.youtube.com/watch?v=0YBPnM1YKZw>)

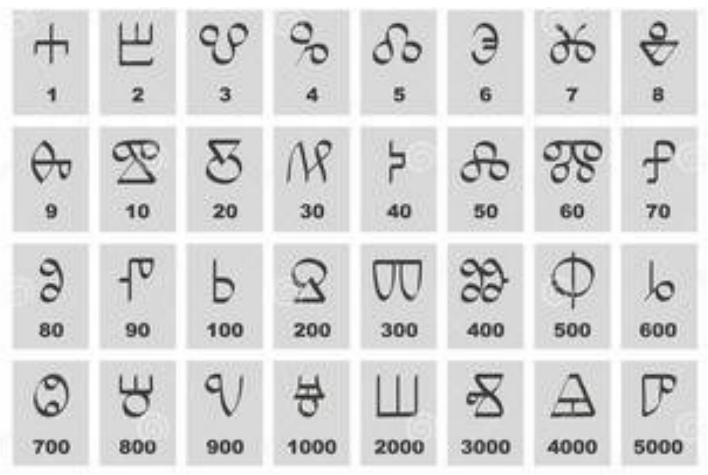


4.3. Slovne brojke

Mnoge stare kulture nisu imale posebne znakove kojima bi zapisivale vrijednost brojeva, nego su koristile znakove iz svojih pisama za prikazivanje vrijednosti brojeva. To su bile takozvane slovne brojke (Jakubović, 2016). Povijesno su slovne brojke koristili među ostalima Etiopljani, Židovi i

Turci, a na našim prostorima su se koristile glagoljičke slovne brojke (pogledati sliku broj 12) (Jakubović, 2016). Dugo se smatralo da najstarije slovne brojke koristili su drevni Feničani, koje su zapisivali slovima svojega, a i prvoga alfabetu (Ifrah, 2000). Ipak, Feničani nisu nikada koristili slovne brojke (Ifrah, 2000). Pridodavanje brojčane vrijednosti slovima prvo se pojavilo među Feničanima srodnim, semitskim narodima koji su se koristili adicijskim brojevnim sustavima (Ifrah, 2000).

Slika 12: Glagoljičke slovne brojke (Izvor: <https://www.dreamstime.com/set-monochrome-icons-glagolitic-numerals-your-project-image226174398>)



3.3.1. Atičke brojke

Preuzevši alfabet od Feničana, drevni Grci su razvili vlastito pismo, a i rabili su se slovnim brojkama. Jedna osnovna razlika između feničkoga i grčkoga alfabetu je ta da za razliku od Feničana, Grci su zapisivali otvornike. Također, pisali su u obrnutome smjeru u odnosu na Feničane, a to je s lijeva na desno (Ifrah, 2000). Danas njihove brojke najčešće nazivamo atičkim brojkama (Jakubović, 2016). Dobile su taj naziv jer su se razvile u regiji zvanj Atika, čiji je najveći grad Atena (Ifrah, 2000). Koristile su se od prije 2600 godina, dok nisu bile zamijenjene rimskim brojkama svega 500 godina kasnije (Jakubović, 2016). Isprva je svakome slovu grčkoga alfabetu pridružen broj u vrijednosti njegovoga reda u alfabetu. Prema tome slovu A (alfa) bi je pridružen

broj 1, slovu B (beta) broj 2, slovu Γ (gama) broj tri i tako dalje do devetoga slova. Idućih devet slova bilo je pridruženo višekratnicima broja deset, sve do devedeset, a preostalim slovima su bili pridruženi broj sto i njegovi višekratnici (Jakubović, 2016). Sličan sustav, s malim razlikama koristili su Grci izvan Atike, ali zbog utjecaja Atene s vremenom je antički sustav zamijenio ostale (Ifrah, 2000). Problem ovoga brojevnoga sustava je jasan. Budući da grčki alfabet ima 24 slova, a skup prirodnih brojeva je neograničen, ovim brojevnim sustavom nije prskitično zapisati sve brojeve. Stoga su drevni Grci razvili novi sistem brojeva. Broj jedan su prikazivali slovom I, jer je ono bilo početno slovo riječi grčke riječi za broj jedan - *ios*, a brojeve od dva, tri i četiri bi zapisali kao niz slova I. Dakle broj dva II, broj tri III i broj četiri IIII (Jakubović, 2016). Idući broj, broj pet, zapisali bi kao Π, jer je taj simbol predstavljao prvi glas grčke riječi za broj pet – *pentē*. Brojeve do 9 bi zapisivali tako što bi napisali brojku Π te s njegove lijeve strane dodali brojku/e I, dok ukupna zbrojena vrijednost napisanih brojki nije odgovarala vrijednosti željenoga broja (Jakubović, 2016). Nadalje, iduća antička brojka koja je imala vrijednost deset, bila je Δ. Izvedena je iz simbola za slovo delta jer se na grčkome broj deset kaže deka. Dalje su broj sto zapisivali simbolom Η - *eta*, a broj tisuću simbolom Μ - *mu* (Slika 13) (Jakubović, 2016).

Slika 13: Slika antičkih brojki (Izvor: <https://www.publicconsulting.com/wordpress/ancientgreek/chapter/56-adverbs-and-numbers/>)

I	II	III	IIII	Γ	ΓI	ΓII	ΓIII	ΓIIII	Δ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ΔΓ	ΔΔ	ΠΔ	Η	Μ	Χ	ΠΧ	Μ	ΜΜ	
15	20	50	100	500	1,000	5,000	10,000	50,000	

udući da su se brojevi zbrajali, riječ je o aditivnome skupu brojeva, za razliku od rimskoga aditivno-suptraktivnog. No, antičke brojke imaju sličnosti s rimskima. Oba sustava za broj jedan koriste isti simbol „I“ te mu pridodaju identične simbole kako bi zapisali brojeve dva, tri i četiri (iako bi se rimskim brojkama broj četiri mogao zapisati i drugačije u suptraktivnom obliku IV). Još jedna

sličnost atičkih i rimskih brojki je činjenica da su oba sustava svoje simbole preuzela iz pisma koje je bilo u upotrebi u njihovim kulturama.

4.4. Aditivno-multiplikativni sustavi brojeva

Osim aditivnih i aditivno-suptraktivnih brojevnih sustava postoje i takozvani aditivno-multiplikativni sustavi. Ovi brojevni sustavi su specifični po tome što se pri njihovoj uporabi rabimo zbrajanjem i množenjem, na taj način da se određene brojke ne zapisuju više puta dok se ne „ispuni“ zapis broja o kojemu je riječ, nego se brojka zapisuje samo jednom i uz nju se zapisuje znak koji označava koliko se puta ona ponavlja (Devidé, 1979). Takvim brojevnim sustavom koristimo za nazive brojeva u hrvatskom jeziku. Dvije tisuće četiristo četrdeset i devet (2449) nazivamo tako jer se sastoji od dva puta po tisuću, čemu dodajemo četiri puta po stotinu, čemu dodajemo četiri puta po deseticu i jednom dodajemo devet. U aritmetičkom zapisu ovako: $2 \times 1000 + 4 \times 100 + 4 \times 10 + 9$. Vidljiva je primjena množenja i zbrajanja. Osim u našem jeziku, ovakav brojevni sustav koristi se u Japanu i Kini za zapisivanje brojeva (Devidé, 1979). Prve kineske brojke pojavljuju se na oklopima kornjača zajedno s kineskim pismom, a koristile su se za predviđanje budućnosti (Ifrah, 2000). Dok su Japanci su kroz povijest koristili različite načine zapisivanja brojki, neke uvezene iz Kine, a neke autohtone (Ifrah, 2000).

4.5. Pozicijski sustavi brojeva

Svi dosad spomenuti brojevni sustavi imaju jednu zajedničku manu. To je da je za sve veće određene brojeve potrebno osmisliti nove posebne simbole, a budući da su brojevi neograničeni, bio bi potreban neograničen broj novih simbola. Ovaj izazov se može zaobići koristeći se pozicijskim brojevnim sustavima. Za razliku od adicijskih brojevnih sustava, u pozicijskim brojevnim sustavima koristi se svega nekoliko posebnih simbola (Devidé, 1979). Ti posebni simboli ili brojke označuju vrijednost broja ovisno o poziciji ma kojoj se nalaze u zapisu broja

(Devidé, 1979). Tako u zapisu broja 2449 brojka 2, budući da se nalazi na najlijevijem mjestu, označava najveću dekadsku jedinicu u tome broju, u ovom slučaju to tisućica. Stoga, označava dvije tisućice. Iduća brojka 4 predstavlja iduću manju dekadsku jedinicu – stoticu, pa tako dalje.

3.5.1. Babilonski sustav brojeva

Čini se da su narodi Mezopotamija svoj brojevni sustav razvili u svrhe računovodstva (Ifrah, 2000). Naš indoeuropski sustav brojeva ima osnovu deset, pa zato ima i deset različitih brojki. No, za razliku od našega indoarapskoga brojevnoga sustava najstariji pozicijski sustav brojeva bio je heksagezimalni, odnosno s osnovom šezdeset, a razvili su ga narodi Mezopotamije prije otprilike 3000 godina (Devidé, 1979). Nije jasno zašto je odabrana osnova 60 (Ifrah, 2000). Moguće je da je osnova šezdeset odabrana iz razloga što je broj 60 djeljiv s brojevima 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 i samim sobom, što je praktično pri računanju, ali moguće je i da je osnova 60 odabrana iz astronomskih razloga (Jakubović, 2016). U ovo prvo pojašnjenje bili su uvjereni i drevni Grci (Ifrah, 2000). Jedno pojašnjenje je da je broj 360 odabran za osnovu jer broj dana u godini iznosi otprilike 360. Budući da zvijezde prividno kruže nebom, a potrebno im je otprilike 360 dana da izvrše svoju putanju, moguće je da su zato narodi Mezopotamije kružnicu podijelili u 360 stupnjeva. Sumerski jezik ukazuje da je broj pet bio osnova njihovoga izvornoga brojevnog sustava, a starosjedoci koje su susreli pri naseljavanju dolina rijeka Eufrata i Tigrisa koristio je brojevni sustav s bazom 12 (Ifrah, 2000). S tim polazištem, moguće je da se brojevni sustav s bazom razvio kao umnožak čiji su faktori bili osnovice ta dva brojeva sustava (Ifrah, 2000). No, visoka osnova dolazi sa svojim izazovom, a to je da nije nimalo praktično poznavati šezdeset različitih brojki. Stoga su drevni narodi Mezopotamije taj izazov riješili na način da bi neke od brojki bi bile zapisane aditivno u dekadskome sustavu, kao što su drevni Egipćani zapisivali svoje brojke (Devidé, 1979). Narodi Mezopotamije su razvili i vlastiti način zapisivanje brojki. Kako bi zapisali vlastite brojke, koristili su klin, tanki duguljasti štapić s 4 kuta i njime bi ostavljali otiske na glinenoj pločici. To bi radili na dva načina: tako što bi vertikalno otisnuli tanki „rez“ koji bi predstavljao jedinicu ili tako što bi ostavili tupi otisak klina koji bi predstavljao desetice (Devidé,

1979). Tom metodom, broj 24 bio bi zapisan kao dva tupa otiska i s njihove desne strane četiri uska otiska. Dakle broj 59 bio bi zapisan s pet tupa otiska i devet oštrih. A njegov neposredni sljedbenik, broj 60, budući da je riječ o heksagezimalnom brojevnom sustavu, bio bi zapisan identično kao i broj 1, jednim oštrim otiskom. Stoga, broj 119 bio bi za zapisan s jednim oštrim otiskom, onda s desne njemu pet tupih otisaka i s krajnje desne devet oštrih otisaka. Kada bi htjeli zapisati veće brojeve, dodavali bi još oštrih otisaka s krajnje lijeve, a svaki od njih bi predstavljao broj 60 (Devidé, 1979). Za još veće brojeve, poput 1399, zapisali bi s krajnje desne strane devet oštrih otisaka (svaki ima vrijednost 1), pa njima s lijeve jedan tupi (koji ima vrijednost 10), njemu s lijeve tri oštra (od kojih svaki ima vrijednost 60) i konačno njima s lijeve 2 tupa otiska (od kojih svaki ima vrijednost 600). Heksagezimalni sustav brojeva preživio je i do danas, pa ga koristimo u mjerenju vremena (60 sekundi u minuti te 60 minuta u satu) i mjerenju kutova (60 sekundi u minuti te 60 minuti u stupnju). Jedan značajan izum koji dolazi iz Mezopotamije bio je abakus (Ifrah, 2000). Oko prije 3000 godina, vjerojatno zbog utjecaja semitskih jezika koji u kojima se brojevi izražavaju u dekadskom brojevnom sustavu, brojevni sustav s bazom 60 se viđa sve rjeđe u zapisima (Ifrah, 2000). Osim što se babilonski sustav brojki razlikovao po simbolima od rimskoga sustava brojki, razlikovao se i po broju simbola. Pri zapisivanju brojeva u babilonskome brojevnome sustavu koristila su se samo dva različita simbola. Osim toga, u taj brojevni sustav za razliku od rimskoga pripada pozicijskima, ali ima i karakteristike aditivnoga brojevnoga sustava, kao što je zbrajanje jedinica.

Slika 14: Babilonske brojke od 1 do 59. Istim simbolima mogu se prikazati i vrijednosti od 60 do 3540 (Izvor: https://commons.wikimedia.org/wiki/File: Babylonian_numerals.svg)

𐎶 1	𐎠𐎺 11	𐎠𐎶𐎶 21	𐎠𐎶𐎶𐎶 31	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 41	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 51
𐎶𐎶 2	𐎠𐎶𐎶𐎶 12	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 22	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 32	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 42	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 13	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 23	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 33	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 43	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 14	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 24	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 34	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 44	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 15	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 25	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 35	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 45	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 16	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 26	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 36	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 46	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 17	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 27	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 37	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 47	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 18	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 28	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 38	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 48	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 19	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 29	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 39	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 49	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 59
𐎠 10	𐎠𐎠 20	𐎠𐎠𐎠 30	𐎠𐎠𐎠𐎠 40	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠 50	

3.5.2. Indoarapski sustav brojeva

Rani arapski kalifati su se u malo vremena proširili iz sa Arapskoga poluotoka, preko Mezopotamije, po cijeloj sjevernoj Africi pa i u današnju Španjolsku, ali i na istok preko današnjega Irana u Indiju. U osmome stoljeću u Bagdadu, tada intelektualnoj prijestolnici svijeta, prevode se antičke grčke knjige, pa tako i matematička djela. Osim grčkih ideja ljudi s područja po arapskom dominacijom su prevodili i djela iz Indije, pa su time imali pristup većini matematičkoga znanja tadašnjega svijeta, uz izuzetak matematike Dalekoga istoka i Amerika. No, Arapi nisu samo prevodili stara matematička djela, nego su se i sami bavili matematikom, pa zato i riječi poput algoritam i algebra potječu iz arapskoga jezika.

Arapske brojke nisu nastale u arapskome svijetu usprkos popularnim mitovima da broj kutova ili linija na predstavlja njezinu vrijednost, već su se razvile u Indiji iz starijih indijskih brojki (Ifrah, 2000). Već prije sedmoga stoljeća se u Indiji koristio pozicijski sustav brojeva (Ifrah, 2000). Iako je moguće da je on uvezen preko Babilonaca ili Kineza vjerojatno su ga Indijci nezavisno razvili (Ifrah, 2000). Na to nam upućuju riječi koje su se koristile u sanskrtskom jeziku za brojeve. Umjesto da koriste riječ *dvi* koja znači „dva“, indijski matematičari su na primjer znali rabiti riječ *netra* što znači „oči“, koje su obično dvije ili bilo koju drugu riječ koja podrazumijeva neki par. Umjesto riječi *pancha* što znači „pet“ mogli su koristiti riječ *indriya* što znači „osjetila“ ili su mogli koristiti bilo koju drugu riječ koja označava skup koji sadrži pet nečega (Ifrah, 2000). Kako

bi izrazili neku veću brojčanu vrijednost, svaki neposredni „skup“ bio bi pomnožen s idućom dekadskom jedinicom (Ifrah, 2000). Služeći se tim principom *indriya netra* ili „osjetila oči“ predstavljao bi broj 25 jer osjetila (5) množimo s brojem jedan, a oči (2) s deset. Indijci su radi potreba ovoga sustava otkrili i nulu. Što mi danas zovemo nula, oni su nazivali *shunya* „praznina“ (Ifrah, 2000). Broj 205 dakle mogli su izraziti kao *indriya shunya netra*. Važno je napomenuti da iako su Indijci koristili riječ *shunya*, za nju nisu imali odgovarajuću brojku (Ifrah, 2000). Za tu su brojku odgovorni Arapi (Devidé, 1979).

Osvajanjem dijelova Indije te pojačanom trgovinom, razni muslimanski narodi prisvajaju brojke iz Indije te se njihov izgled pomalo mijenja (Ifrah, 2000). Važnu ulogu u širenju indoarapskih brojki na europski kontinent je imao Leonardo Pissano, poznatiji kao Fibonacci (Devidé, 1979). U svojim putovanjima po sjevernoj Africi, upoznao se s indoarapskim sustavom brojeva i po prvi put ih predstavio u Europi u svojoj knjizi *Liber Abaci* iz 1202. godine. Taj je sustav brojeva zaživio u među talijanskim računovođama jer je omogućio lakše računanje i omogućio zapisivanje većih brojeva koje je ujedno bilo i preglednije. Ubrzo nakon Italije, indoarapske brojke su se proširile i na područje današnje Španjolske, a do polovine 16. stoljeća su se proširile i na sjever kontinenta (Dana, 2019). Iako su se te nove brojke relativno brzo širile Europom, bilo je i ljudi koji su se protivili njihovome uvođenju (pogledaj sliku 15), baš kao što su se i neki Arapi protivili njihovom uvođenju iz Indije (Ifrah, 2000). Tek uvođenjem novog brojevnog sustava se u Europi ponovo razvija matematika po prvi put od vremena antičke Grčke (Dana, 2019).

Slika 15: Ilustracija koja predstavlja pobjedu arapskih brojki nad rimskima (Izvor: <https://bluenetworks2014.weebly.com/the-transition-from-roman-to-hindu-arabic-numerals.html>)



Osnovna i najočitija razlika između indoarapskih brojki i rimskih brojki su njihovi simboli. U pisanju rimskih brojki može se koristiti ukupno sedam simbola (s manjim modifikacijama radi zapisivanja većih brojeva) dok se pisanjem indarapskih brojki može koristiti deset jedinstvenih simbola. Djeca indoarapske brojke čitaju brže i točnije nego rimske brojke, a brže i točnije čitanje indoarapskih brojki u odnosu na rimske brojke raste proporcionalno sa zapisom većih brojeva (Perry, 1952). Kao što je već spomenuto, računanje rimskim brojkama je složeno, a računanje je indoarapskim brojkama brže i jednostavnije u odnosu na ove prve.

5. RIMSKE BROJKE U MATEMATICI RAZREDNE NASTAVE

5.1. Rimske brojke u Kurikulu

U Kurikulu za nastavni predmet Matematike za osnovne škole u Republici Hrvatskoj iz 2019., kao što se vidi u tablici broj 1, stoji odgojno-obrazovni ishod *MAT OŠ A.2.2 Koristi se rimskim brojkama do 12* svrstan u domenu Brojevi. Broj 12 je vjerojatno odabran jer je on najveći broj prikazan na analognim urama za koje su karakteristične rimske brojke, kao i zbog broja mjeseci u našem kalendaru, iako bi učenici drugih razreda razredne nastave, kao što čitaju i zapisuju indoarapske brojke do 100 sigurno mogli biti sposobni čitati i pisati i rimske brojke iste vrijednosti. Taj je ishod razrađen na sljedeće:

- I. *Nabraja osnovne i pomoćne rimske znamenke*
- II. *Objašnjava pravila pisanja rimskih brojki*
- III. *Rimskom znamenkama zapisuje i čita brojeve do 12*
- IV. *Korelacija s Hrvatskim jezikom i Prirodom i društvom*

Tablica 1: Ishodi MAT OŠ A 2.22 (Izvor: Odluka o donošenju kurikulumu za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj, 2019)

MAT OŠ A.2.2. Koristi se rimskim brojkama do 12.	Nabraja osnovne i pomoćne rimske znamenke. Objašnjava pravila pisanja rimskih brojki. Rimskim znamenkama zapisuje i čita brojeve do 12. Korelacija s Hrvatskim jezikom i Prirodom i društvom.	Čita i zapisuje brojeve do 12 rimskim znamenkama.
Sadržaj: Rimske brojke do 12. Brojka, znamenka.		
Preporuka za ostvarenje odgojno-obrazovnog ishoda: U neposrednoj okolini uočavaju se rimske brojke (sat, kalendar). Učenike se može upoznati s povijesnim razvojem arapskih i rimskih znamenaka.		

Poznavanje rimskih brojki i pravila njihovoga pisanja nužno je radi njihovoga zapisivanja i čitanja. Korelacija s Hrvatskim jezikom može se ostvariti uočavanjem rimskih brojki u sadržaju nekih knjiga, u rednome broju poglavlja, ali i rednome broju scene u dramskome djelu. Svi ti primjeri odnose se na domenu „Književnost i stvaralaštvo“. Što se tiče domene „Kultura i medij“ korelacija se može uspostaviti opažanjem naslova nastavaka filmova, ali i stripova. Korelacija s nastavnim predmetom Priroda i društvo najjasnija je s ishodom PID OŠ A.2.2. *Učenik objašnjava organiziranost vremena i prikazuje vremenski slijed događaja*. Stoga što se učenik uči rabiti urom radi mjerenja vremena, a kao što smo već spomenuli, brojke na analognim urama su nerijetko rimske brojke. Također, nekada su se mjeseci u godini pisali rimskim brojkama, a danas ta navika polako iščezava. Običaj zapisanja mjeseca rimskim brojkama proizlazi još od dana drevnih Rimljana jer je naš gregorijanski kalendar osnovan reformiranjem julijanskoga kalendara. Kao posljedica digitalizacije, broj mjeseca u godini se sve češće piše indoarapskim brojkama jer su praktičniji, a i elektronički uređaji koriste indoarapske brojke. Dok je još ne tako davno bilo uobičajeno da se u našim školama nadnevak bilježio s rimskom brojkom za mjesec, danas je takva praksa čini se u potpunosti potisnuta te je se gotovo niti ne sjećamo.

Osim toga, postoji i mogućnost za ostvarenje korelacije s istim predmetom promatrajući imena nekih povijesnih ličnosti. Iako kurikulum to ne navodi, još jedan predmet razredne nastave s kojime se može postići korelacija je Glazbena kultura i to na način da učenici uočavaju nazive određenih simfonija ili koncerata, jer oni nerijetko sadržavaju rimske brojke.

Kurikul daje preporuku za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda MAT OŠ A.2.2. Preporuča sa da učenici zapažaju rimske brojke iz svoje neposredne okoline, a za primjer se koriste rimske brojke na uri i na kalendaru. Osim toga preporuča se učenike upoznati s povijesnim razvojem arapskih i rimskih znamenaka. Te preporuke jasno ukazuju na važnost korelacije s predmetom Priroda i društvo. Jedan od propusta prethodne preporuke je nespominjanje da i nazivi ulica nerijetko sadrže rimske brojke, što omogućava daljnju korelaciju s Prirodom i društvom, no naravno ono ovisi o mjestu u kojemu učenik živi.

Nacionalni okvirni kurikulum iz 2011. godine definira četiri odgojno-obrazovna ciklusa. Odgojno-obrazovni ciklusi su *odgojno-obrazovna razvojna razdoblja učenika koja čine jednu cjelinu. Obuhvaćaju nekoliko godina školovanja tijekom određene odgojno-obrazovne razine te imaju*

*zajedničke odgojno-obrazovne ciljeve, odnosno očekivanja što sve učenik treba postići u određenom razvojnom ciklusu. Prva četiri razreda čine prvi odgojno-obrazovni ciklus. Drugi odgojno-obrazovni ciklus čine peti i šesti razred, dok treći odgojno-obrazovni ciklus čine sedmi i osmi razredi. Posljednji odgojno-obrazovni ciklus odnosi se na strukovne i umjetničke srednje škole i gimnazije. Rimske se brojke u Nacionalnom okvirnom kurikulumu spominju samo jednom. Kao očekivano učeničko postignuće po obrazovnim ciljevima od učenika se očekuje da će u prvome odgojno-obrazovnome ciklusu moći *pročitati i zapisati redne brojeve i rimske brojke*“. To je postignuće svrstano među matematičke koncepte pod točkom 1. Brojevi. Iako nije izričito, u istome ciklusu pod točkom 4. Mjerenje jedno od očekivanih postignuća glasi „*(učenici će:) usporediti i procijeniti duljinu, obujam, masu, vrijeme i temperaturu te ih izmjeriti rabeći odgovarajuće mjerne uređaje i kalendar*“, a implicirano je i čitanje rimskih brojki jer se one nerijetko mogu uočiti pri mjerenju vremena na uri ili kalendaru. U drugome ciklusu također pod točkom 4. Mjerenje učenici će „*usporediti, procijeniti i izmjeriti duljinu, obujam, masu, vrijeme, temperaturu i kut*“. Budući da se kao i u prijašnjem ciklusu mjeri vrijeme i ovdje je prikladna primjena rimskih brojki u nastavi.*

5.2 Rimske brojke u udžbenicima Matematike u razrednoj nastavi

Na početku Alfinog udžbenika Matematika 2 Prvi dio iz 2020. godine nalazi se popis odgovarajućih ishoda zajedno s njihovim oznakama uključujući i MAT OŠ A.2.2. Budući da je u pitanju radni udžbenik u njemu se nalaze zadatci, a odgovor je predviđeno napisati u udžbenik. Prvi zadatak u lekciji *Rimske brojke do dvanaest* glasi *Napiši sve znamenke kojima se pišu brojevi*. Od učenika se očekuje da ih napiše na crtu ispod pitanja. S desne strane crte nalazi se tekst koji informira učenika da se te znamenke nazivaju arapske znamenke. Zadatak je malo nespretno postavljen jer učenik ne zna sve znamenke kojima se pišu brojevi, nove će znamenka učiti u toj lekciji. *Napiši sve znamenke kojima se pišu brojevi koje si dosad učila/učio* nešto je preciznije. Udžbenik u svoju prednost dobro koristi činjenicu da je riječ o radnom udžbeniku tako što pored crte na koju je učenik napisao znamenke njima pridodaje odgovarajući naziv.

U drugome zadatku nalazi se crtež dva tornja na kojima se nalazi ura. Pogledaj sliku 16. Na jednoj uri se nalaze indoarapske znamenke, a na drugoj rimske znamenke.

Slika 16. Slika iz drugoga zadatka (Izvor: Markovac J., Vrgoč D (2020). Matematika 2 Prvi dio. Zagreb: Alfa)

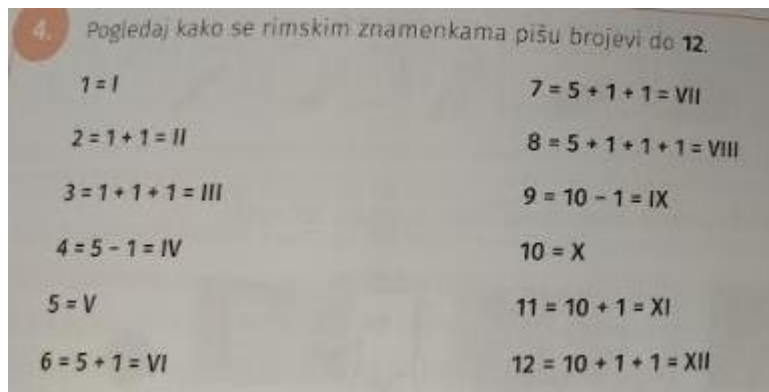


Od učenika se traži da promotri sliku te ga se pita što uočava na njoj. Zatim se traži od njega da to ispriča. Ova slika prikazuje rimske brojke u kontekstu u kojemu ih učenici mogu susresti u pravome životu i time je u skladu s nastavnim načelom primjerenosti.

U trećemu zadatku učenika se informira da postoje i rimske znamenke, te su prikazane one relevantne, a to su I, V i X, a uspoređene su sa svojim indoarapskim ekvivalentom.

U idućem zadatku se od učenika traži da pogleda kako se rimskim znamenkama pišu brojevi do 12. Prikazano na slici 17.

Slika 17. 4. zadatak (Izvor: Markovac J., Vrgoč D (2020). Matematika 2 Prvi dio. Zagreb: Alfa))



Zanimljivo je što nisu prikazani samo zapisani rimski ekvivalenti indoarapskih brojki. Nego se primjenjuje zbrajanje i oduzimanje što ukazuje na bitnu razliku ta dva sustava brojki, a to je da rimski sustav brojeva spada pod aditivno-subtraktivne sustave brojeva.

U petom zadatku se od učenika traži da određene brojeve zapisane rimskim znamenkama zapiše arapskim znamenkama, dok se u idućem zadatku traži obrnuto. Smatram da bi redosljed ova dva zadatka bilo dobro zamijeniti jer su indoarapske brojke već poznate učenicima, a pravilo je krenuti od onoga što je njima bliže.

Sedmi zadatak traži od učenika da oboje kružice u kojima se nalaze jednaki brojevi, ali unutar para jedan je broj zapisan rimskim, a drugi indoarapskim znamenkama.

U idućem zadatku je nacrtan niz od dvanaest knjiga, a od učenika se traži da ih obilježi rimskim znamenkama. Budući da učenici rimske znamenke mogu zamijetiti u knjigama i tu se poštuje načelo primjerenosti.

Posljednji zadatak isti je kao zadatak broji 6.

Kasnije u udžbeniku u ponavljanju gradiva nalaze se još četiri zadatka koja uključuju rimske brojke. U jednome se od učenika traži da arapskim znamenkama zapiše broj koji ima broj jedinica i desetica zapisanih rimskim znamenkama poput V desetica i VII jedinica. Time u jednome zadatku učenici ponavljaju gradivo iz dvije različite lekcije. U drugome zadatku se od učenika traži da poveže rimske brojke koje se nalaze u raštrkanim kružicama od najmanjeg do najvećeg. U

posljednja dva zadatka nalaze se slike kuća. U jednome učenik treba prebrojati broj prozora i zapisati ga rimskim brojkama, dok u drugome treba zapisati broj nacrtati na kuću.

Iste je godine objavljen i radni udžbenik matematike za drugi razred Moj sretni broj 2 Školske knjige. Slično kao i u Alfinom udžbeniku, od učenika se u prvome zadatku traži da napiše sve znamenke iako ih on nije učio. Ali za razliku od toga udžbenika također se traži da učenik napiše kojim se znamenkama pišu brojevi 12 i 21. Time se učeniku ističe pozicijski karakter indoarapskog brojevnog sustava. Zatim se u udžbeniku nalazi karikatura Arapa i drevnog Rimljanina kako stoje uz svoje odgovarajuće zapise brojeva do 12. Ispod toga prikaza tekstem se rimske znamenke dijele na osnovne (I i X) i pomoćne (V), a zapisana su i pravila zapisivanja brojeva rimskim znamenkama. Kao i Alfinom udžbeniku zapis broja rimskim znamenkama je zapisan lijevo od znaka jednakosti, dok je s njegove desne strane zapisan jednak broj zapisan indoarapskim brojkama, ali je prikazana aditivnosti i suptraktivnost značajna za rimski sustav brojki kao što je u primjerima $VI=5+1=6$ ili $IX=10-1=9$. Naposljetku se nalazi niz brojeva zapisan indoarapskim brojkama i za usporedbu niz brojeva zapisan rimskim brojkama.

Onda se učenike informira da rimske brojke mogu pronaći na kalendaru, a zatim ih se pita na kojemu predmetu ih se još može vidjeti.

Iduća stranica lekcije je posvećena zadatcima. Od kojih se u prvome traži da učenik upotpuni brojevnju crtu rimskim brojkama. Time se ostvaruje unutarpredmetna korelacija.

Slično tako, idući zadatak traži od učenika da redne brojeve zapiše rimskim brojkama, čime ne samo da se ponavlja prijašnje gradivo, nego se učenicima rimske brojke približavaju rednim brojevima, a u toj funkciji ih učenici mogu nerijetko ugledati u svakodnevnome životu.

U trećemu zadatku učenici trebaju broj zapisan rimskim znamenkama napisati indoarapskim i obrnuto. Slično kao i u Alfinom udžbeniku.

U idućem zadatku se od učenika traži da napiše rimskom brojkom koliko ima godina. Budući da je tak zadatak osobne naravi može podići motivaciju učenika.

U petome zadatku se nalaze prikazi vaza koje sadrže plavo i crveno cvijeće. Od učenika se traži da napišu računsku radnju pomoću rimskih brojki. Jedan je primjer već napisan. U vazi je 5 plavih

cvjetova, a tri crvena cvijeta. Ispod vaze je zapisano „V+III=“ kako bi učenicima pomogli pojasniti ovaj malo kompleksniji zadatak.

U šestome zadatku od učenika se traži da primjenjuje računsku operaciju oduzimanja na nekoliko brojeva zapisanih rimskim znamenkama.

U posljednjem zadatku se od učenika traži da nastavi brojevne nizove zapisane rimskim znamenkama.

Udžbenik Školske knjige je imao više unutarpredmetnih korelacija u odnosu na Alfin udžbenik, iako je imao manji broj zadataka. Rimske brojke se još jednom pojavljuju u ovome udžbeniku pri ponavljanju prijašnjega gradiva, a od učenika se samo traži da imenu te brojke i da ih napiše do 12.

Što se tiče starijih udžbenika u Alfinom udžbeniku iz 2015. lekcija o rimskom brojkama do dvanaest priliči onoj iz 2020., ali se nalazi na jednoj, umjesto na dvije stranice, pa time ima i manji broj zadataka koji su gotovo isti kao oni iz novijega udžbenika.

U Alfinom udžbeniku za treći razred iz iste godine se rimske brojke ne spominju, čak niti u ponavljanu gradiva drugoga razreda.

5.3. Empirijska istraživanja o rimskim brojkama u razrednoj nastavi

Porter (1960) tvrdi da se u osnovnim školama minimalizira, a ponekada i preskače poučavanje rimskih brojki. To objašnjava tako da smatra da mnogim učiteljima, rimske brojke nisu toliko bitne. Učitelji razredne nastave imaju poteškoća s povezivanjem učenika s rimskim brojkama u njihovim svakodnevnim životima (Selvianiresa i Jupri, 2017). Ali one jesu bitne, jedna od vrijednosti poučavanja rimskih brojki leži u tome što se rimski brojevni sustav toliko razlikuje od našega indoarapskoga, da njegovim poučavanjem možemo približiti učenicima važnost broja nula i pozicije brojke u brojnom zapisu (Porter, 1960). Nažalost, broj ljudi osposobljenih za čitanje rimskih brojki se smanjuje (Porter, 1960). Istraživanje u Sjedinjenim Američkim Državama koje su proveli istraživači Bradley i Earp (1960) pokazuje da se učitelji trećih, četvrtih i petih razreda ne slažu oko ciljeva poučavanja rimskih brojki. Autori rada zaključuju da znatna manjina učitelja

nema nikakve određene ciljeve za poučavanje rimskih brojki. U provedenoj anketi najviše je učitelja smatralo da je cilj poučavanja rimskih brojki učenicima da razviju sposobnost očitavanja vremena na urama na kojima su napisane rimske brojke, što je veoma ograničena uporaba ovoga brojevnoga sustava, a najmanje učitelja je za cilj smatralo razvijati matematička znanja i sposobnosti djece, kao što su usporedba rimskog s arapskim brojevnim sustavom i poboljšanje znanja o određenim osnovnim principima brojevnih sustava (Bradley i Earp, 1960).

Autori Bradley i Earp (1966) preporučuju učiteljima da učenicima istaknu razliku među arapskim i rimskim brojevnim sustavima na osnovu njihovog nastanka. Dok arapski brojevni sustav „broji“ prste na rukama, koje grupira u desetice, rimski brojevni sustav prvo grupira skupine od pet, polazeći od već spomenutoga podrijetla brojke V. Nakon što je ustanovljeno grupiranje po pet, iduća grupacija je deset (X), koja se sastoj od dva puta po pet, nakon nje slijedi pedeset (L), pa sto (C) i tako dalje. Autori se također zagovaraju da se podučavanja sustav rimskih brojki sličan onome kakav se koristio prije Novoga vijeka. Dakle da se umjesto IV piše IIII, umjesto XC piše LXXXX i tako dalje. No, Bradley i Earp (1966) ne odbacuju rimske brojke kakve poznajemo danas, nego smatraju da bi se brojke poput IX ili XC trebale naučiti tek nakon što učenici svladaju IIII i LXXXX. Čest problem s kojime se suočavaju učenici, da je npr. broj 95 je intuitivnije zapisati kao VC nego kao XCV (Porter, 1960). Postoji mogućnost da učitelj poučava učenike taj intuitivniji način zapisivanja, ali da mora imati na umu da će možda učenici onda zapisivati i broj 99 u obliku IC. Stoga ovaj smatram da ovaj predloženi pristup zahtjeva daljnja istraživanja. Učiteljima se posebno preporučuje da predviđaju takve i slične moguće odgovore učenika (Selvianiresa i Jupri, 2017). Istraživači predlažu i da se učenicima predstavi tablica u kojoj su zapisane rimske brojke, te iz te tablice učenici donose zaključke o njima (Porter, 1960). Ti zaključci se odnose na simbole (same brojke), manjak nule, razmišljanje u deseticama i njihovim višekratnicima te odnos pozicije brojke u zapisu i vrijednosti broja koji predstavlja. Nužno je da učitelji učenicima nude primjere rimskih brojki koje oni mogu susresti u svakodnevnom životu i time u njima probude shvaćanje vrijednosti poznavanja rimskih brojki. Potrebno je da se učenicima pruže raznoliki zadatci i metode poučavanja i to u skladu sa svim temeljnim načelima u nastavi matematike. Mnoga empirijska istraživanja koja se dotiču rimskih brojki u razrednoj nastavi su stara nekoliko desetljeća, stoga su bitna novija istraživanja prilagođena današnjim učenicima i relevantnim spoznajama o odgoju i obrazovanju. Ta istraživanja imala bi bitnu ulogu u odvajanju onih učinkovitih od neučinkovitih

metoda poučavanja rimskih brojki u razrednoj nastavi. Primjenom novootkrivenih učinkovitih metoda učitelji bi pomogli učenicima razvijati svoje matematičke vještine, ali i dalje probuditi interes za matematikom. Razne metode i zadatci za poučavanje rimskih brojki lako su dostupne svim učiteljima koji imaju pristup internetu. Vođenje dnevnika u koji učenici zapisuju na kojim su sve mjestima i situacijama uočili rimske brojke, zapisivanje raznih svakidašnjih brojeva poput datuma rođenja ili adrese škole rimskim brojkama, pa i pretraživanje, ali i izrada likovnih djela s rimskim brojkama sve su zanimljivi primjeri poučavanja rimskih brojki. Takvi zadatci i razni drugi zahtijevaju sustavno praćenje njihove primjene u nastavi i utjecaja na ishode učenja.

5.4. Prijedlozi za razradu sadržaja

Promatranjem samog važećeg kurikula, kao i udžbenika iz predmeta Matematika za treći razred razredne nastave, možemo primijetiti da se rimske brojke ne spominju, niti kao novo gradivo niti kao ponavljanje gradiva drugoga razreda. Dapače, u Kurikulumu iz nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije iz 2019. poslije drugog razreda nema više spomena rimskim brojkama. Razumno je pitati se koji su cilj i svrha uvođenja rimskih brojki u drugom razredu, i je li zaista cilj ispunjen ako se te osnove kasnije ne prošire niti ne ponove. Smatram da bi u trećemu razredu učenici trebali ponoviti što su o rimskim brojkama naučili prethodne godine, ali i proširiti znanje u skladu sa svojim sadašnjim sposobnostima. U aktualnom kurikulu predmeta Priroda i društvo za treći razred stoji ishod *PID OŠ A.3.2. Učenik prikazuje vremenski slijed događaja i procjenjuje njihovu važnost*. Kako piše i u samome kurikulu učenik bi trebao biti su stanju prikazivati „vremenski slijed događaja u zavičaju u desetljeću, stoljeću i tisućljeću...” što pruža priliku za korelaciju s rimskim brojkama. Datumi se nerijetko pišu rimskim brojkama, a budući da učenici trećega razreda uče brojeve do tisuću bilo bi korektno pružati im priliku učenja rimskih brojki do tisuću na Matematici. Učenici bi upoznali nove rimske znamenke L, C, D i M te bili bi u stanju čitati ih, pisati ih i primjenjivati u svakodnevnome životu, poput čitanja nadnevaka relevantnih za povijest njihovoga zavičaja, ali bi se približila i kultura koja je još davno obilježila njihov zavičaj. Prema aktualnom kurikulu iz Matematike u trećemu razredu učenici u domeni A – brojevi uče brojeve do tisuću i izvođenje računskih operacija na tim brojevima. Dodavanje ishoda poput *Učenik se koristi rimskim brojkama do 1000* omogućuje se diversifikacija domene A –

brojevi, proširuje se gradivo drugoga razreda i omogućava nužna se uspostava korelacije s predmetom Priroda i društvo. Proširenje znanja o rimskim brojkama moguće je ostvariti i na dodatnoj nastavi iz Matematike. Na dodatnoj nastavi se može ostvariti i prijedlog autora Bradleya i Earpa (1966) da učenici rimske brojke zapisuju isključivo aditivno, primjerice u obliku VIII umjesto IX i na taj način razvijaju svoje razumijevanje brojevnih sustava s obzirom na aditivnost i suptraktivnost.

5.5 Prijedlog sata

Razred: 3.

Nastavni predmet: Matematika

Domena: Brojevi

Nastavna jedinica: Rimske znamenke do 1000

Cilj sata: osposobiti učenika da čita i zapisuje rimske brojke

Tijek nastavnog sata:

1. Uvodni dio

Učenici dobivaju listić koji sadrži kratak tekst koji se nadovezuje na gradivo iz lekcije *Moj zavičaj u prošlosti* iz predmeta Priroda i društvo. U tekstu je prepričana povijest prostora današnjega grada Rijeke od rimske uprave do danas. Učenici tekst čitaju na glas. Nakon što je tekst pročitao, učitelj s učenicima razgovara o njemu. Učitelj učenicima postavlja pitanje: *O kojim stoljećima se piše u tekstu? A koja tisućljeća?* Time se ponovo uspostavlja korelacija s Prirodom i društvom (PID OŠ B.3.3. - *Učenik se snalazi u promjenama i odnosima tijekom vremenskih ciklusa te analizira povezanost vremenskih ciklusa s događajima i važnim osobama u zavičaju*). Učenici zatim crtaju lentu vremena i na nju nadopisuju događaje iz teksta i njima odgovarajuća stoljeća. Nadovezujući se na stoljeća po rimskom upravom učitelj postavlja pitanje *Kakvim bi brojkama Rimljani zapisali ta stoljeća?*

2. Glavni dio

Učitelj učenike pita da napišu sve rimske znamenke koje su dosada učili. Nakon što je i učitelj napisao isto na ploču, dodaje i preostale znamenke (L, C, D i M), te paralelno uz njih piše i njihove indoarapske ekvivalente. Zatim su učenicima podijeljeni radni listići.

U prvome a) zadatku su indoarapskim brojkama zapisani brojevi koji kada bi bili napisani rimskim brojkama ne bi uključivali suptrakciju (npr. 15, 21, 38, 50, 110, 700 i 1000, 1500, 2000). Od učenika se traži da te brojeve zapišu rimskim znamenkama. Prvi zadatak ne uključuje suptrakciju kako bi učenicima početak bio jednostavniji. Tek u prvome b) zadatku se pojavljuju i brojevi koji se rimskim znamenkama zapisuju uz suptrakciju (npr. 19, 90, 295, 400, 999, 1890).

U drugome zadatku se od učenika traži suprotno, da brojeve zapisane rimskim znamenkama zapišu indoarapskim.

U trećemu zadatku se nalaze fotografije spomenika na kojima su vidljivi određeni zapisi godine, a napisani su ili rimskim ili indoarapskim znamenkama. Od učenika se traži da ispod onih rimskih napiše broj godine indoarapskim brojkama, a ispod indoarapskih rimskim.

U četvrtome zadatku moraju se nalaziti još fotografija s spomenika na kojima je vidljiv zapis godine, ali ovaj put isključivo rimskim brojkama. Od učenika se traži da na crtu napišu te brojeve od najmanjega do najvećega.

U petome zadatku se od učenika traži da izvodi računske operacije s rimskim brojkama do 1000.

U a) dijelu zadatka se od učenika traži da primjenjuje samo zbrajanje i oduzimanje poput (CCC+C, D+L, C+XX+IV, M-CC, D-CCC-L). U b) dijelu zadatka se nalaze i zadatci s množenjem ili dijeljenjem, ali je učeniku pojašnjeno da rimske brojke u operaciji prvo zapiše indoarapskim, a zatim primjeni operaciju. Tu su zadatci poput XIXV, XXIIxVII, CxIX).

Završni dio sata

Učenici su podijeljeni u skupine po troje. Svakoj je skupini dana jedna igraća kocka. Zatim svaki učenik u skupini baca kocku i zapisuje indoarapskim brojkama broj koji je odredila kocka. Onda učenici u grupi zapišu broj koji su dobili na način da rezultat jedne kocke predstavlja stotice, druge kocke desetice, a treće jedinice. Taj broj zatim zapišu rimskim znamenkama. To ponavljaju po tri

puta, tako da rezultat kocke svakoga učenika bar jednom predstavlja stoticu, jednom deseticu, a jednom jedinicu.

5.6. Prijedlog projekta

Osvješćivanje učenika o važnosti i utjecaju rimske kulture i društva na našu moguće i provesti i projektom. Predlažem provođenje projekta na lokaciji koja je obilježena rimskom baštinom. Projekt se može provesti u trećem ili četvrtom razredu osnovne škole. U projektu učenici rješavaju kreativne zadatke rabeći se rimskim brojkama, te uče i razgovaraju o rimskoj kulturi i društvu. Učenici uče o utjecaju drevnih Rimljana na današnji kalendar, ta internacionalne nazive za mjesece u godini, a time se može uspostaviti korelacija s predmetom Engleski jezik. Učenici uče važnost rimskoga prava i katastra na današnje pravo i katastar, na način primjeren njihovoj dobi. Pruži se mogućnost uspostaviti korelaciju s predmetom Matematika pri poučavanju učenika o podrijetlu izraza koji se koriste svakodnevno u životu poput eurocent (*MAT OŠ D.2.1. - Služi se jedinicama za novac*), te nazivi mjernih jedinica poput milimetar, centimetar i sl. (*MAT OŠ D.3.1. - Procjenjuje, mjeri i crta dužine zadane duljine*). Predlažem i upoznati učenike s podrijetlom naziva mjesta koja potječu iz latinskoga jezika poput Lovran ili Kastav, ali i s utjecajem drevnih Rimljana na lokalnu floru.

6. Zaključak

Iako se svako ljudsko biće razlikuje, svim je ljudima urođena znatiželja. U nastavi sumjernoj na učenika ta se znatiželja treba kultivirati i zadovoljavati radi prosperiteta pojedinca, pa tako i cijeloga društva. Matematika u nastavi ima nezamjenjivu ulogu, jer o matematičkim spoznajama ovisi tehnološko društvo koje smo izgradili. Primjenjuje se u poslovima od onih zanatskih do onih visoko-tehnoloških, a i u svakodnevnome životu. Osim praktične primjene matematike, njome se čovjek približava istinskim vrijednostima poput ljepote. Iako su drevni Rimljani svoje matematičke sposobnosti koristili gotovo isključivo radi one prve svrhe, brojke koje su nam ostavili danas ironično imamo priliku koristiti u onu drugu plemenitiju svrhu. Iako su indoarapske brojke preglednije i praktičnije za računanje, učenjem rimskih brojki učenici razvijaju fleksibilnije poimanje brojeva, ne zato što su rimske brojke na bilo koji način bolje od indoarapskih, nego zato što su različite. Dapače, nose neke nedostatke zbog kojih bolje razumijemo prednosti i savršenstvo indoarapskog brojevnog sustava kojeg koristimo. Sagledavanje brojeva sa različitih gledišta omogućava bolje razumijevanje tih apstraktnih matematičkih objekata i to kroz održavanje naše intelektualne i kulturne baštine. Stoga je poželjno učenicima pružiti bogatije razumijevanje rimskih brojki kroz proširenje sadržaja.

6. LITERATURA

1. Anić V. (1991). Rječnik hrvatskoga jezika. Novi Libe: Zagreb
2. Beard M. (2016). SPQR Povijest staroga Rima. Zagreb: Školska knjiga
3. Bradley RC., Earp NW. (1966). The effective teaching of roman numerals in modern Mathematics' classes: A Study of Practices and Procedures of One Hundred Thirty-Two Classroom Teachers Who Deal with Teaching Roman Numerals. *School Science and Mathematics*; 66(5)
4. Brucia M. A., Daugherty G. N. (2007). To be a Roman: Topics in Roman Culture. Wauconda: Bolchazy-Carducci Publishers
5. Cravetto E. (2007). Povijest. 4. knjiga Rimsko Carstvo. Zagreb: Jutarnji list
6. Dana R. (2019). The Spread of Hindu-Arabic Numerals in the European Tradition of Practical Mathematics (13th–16th Centuries). Sveučilište u Cambridgeu.
7. Das. D., Lanjewar U. A. (2019). Realistic approach of strange number systems from unary to decimal. *International Journal of Computer Science and Telecommunications*. 2012. siječanj; 3(1)
8. Devidé V. (1979). Matematika kroz kulture i epohe. Zagreb: Školska knjiga
9. (Ifrah, G. (2000). The universal history of numbers. From prehistory to the invention of the computer. Toronto: John Wiley & Sons, Inc.
10. Jakubović Z. (2016). Brojevi i brojke. Zagreb: Kiklos – krug knjige
11. Keyser P. (1988). The origin of Latin numerals 1 to 1000. *American Journal of Archaeology*. kolovoz; 92(4)
12. Markovac J., Vrgoč D (2020). Matematika 2 Prvi dio. Zagreb: Alfa
13. Markovac J. (2015). Matematika 2. Zagreb: Alfa
14. Matijašić R. (2009). Sv. 1: Povijest hrvatskih zemalja u antici do cara Dioklecijana. Zagreb: Leykam international
15. Matijašić R. (2012). Sv. 2: Povijest hrvatskih zemalja u kasnoj antici od cara Dioklecijana do Justinijana. Zagreb: Leykam international

16. Matijašić R., Buršić R. K. (1996). Antička Pula s okolicom. Pula: Zavičajna naklada „Žakan Juri“
17. Mimica B. (2003). Dalmacija od antike do 1918. Rijeka: Naklada Vitagraf
18. Ministarstvo obrazovanja i znanosti (2019.) Kurikulum nastavnih predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije i Matematika za srednje strukovne škole na razini
19. Ministarstvo obrazovanja i znanosti (2019.) Kurikulum nastavnih predmeta Priroda i društvo za osnovne škole u Republici Hrvatskoj
20. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta (2011). Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje
21. Palmer R. L. (1954). Latin language. London: Faber and Faber limited
22. Perowne S. (1990). Rimska mitologija. Ljubljana: Mladinska knjiga
23. Perry D. K. (1952). Speed and accuracy of reading Arabic and Roman numeral. *Journal of Applied Psychology*; 36(5)

24. Porter R.D. (1960). The teaching of Roman numerals. National Council of Teachers of Mathematics. veljača; 7(2)
25. Rogić S. J., Miklec D., Prtajin G. (2020). Moj sretni broj 2. Zagreb: Školska knjiga
26. Selvianiresa D., Jupri A. (2017). Analysis of Students' Incorrect Answers on the Topic of Roman Numerals in The Fourth-Grade of Primary School. Journal of Physics: Conference Series; 812 Mathematics Teaching in the Middle school

