

RAZVOJ POČETNIH MATEMATIČKIH KONCEPATA U AKTIVNOSTIMA NA VANJSKIM PROSTORIMA

Uzelac, Andrijana

Undergraduate thesis / Završni rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Rijeci, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:189:686712>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Teacher Education - FTERI Repository](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI
UČITELJSKI FAKULTET U RIJECI

Andrijana Uzelac

**RAZVOJ POČETNIH MATEMATIČKIH KONCEPATA U
AKTIVNOSTIMA NA VANJSKIM PROSTORIMA**

ZAVRŠNI RAD

Rijeka, 2023.

SVEUČILIŠTE U RIJECI

UČITELJSKI FAKULTET U RIJECI

Preddiplomski sveučilišni studij Rani i predškolski odgoj i obrazovanje

**Razvoj početnih matematičkih koncepata u aktivnostima na vanjskim
prostorima**

ZAVRŠNI RAD

Predmet: Matematika u vrtiću

Mentorica: Sanja Vranić, predavač

Studentica: Andrijana Uzelac

Matični broj: 00090117412

U Rijeci,
svibanj, 2023.

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

„Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da sam završni rad izradila samostalno, uz preporuke i savjetovanje s mentorom. U izradi rada pridržavala sam se Uputa za izradu završnog rada i poštivala odredbe Etičkog kodeksa za studente/studentice Sveučilišta u Rijeci o akademskom poštenju.”

Vlastoručni potpis

POSVETA

Prvenstveno bih se zahvalila svojoj mentorici, profesorici Sanji Vranić na strpljivosti, stručnosti i pruženoj podršci za vrijeme pisanja završnog rada. Hvala kolegici Tanji na velikodušnoj i nesebičnoj pomoći i podršci u svakom trenutku tijekom studija. Hvala kolegicama s godine koje su mi bile „vjetar u leđa“, hvala im na utrošenom vremenu, trudu, znanju i svemu što smo zajedno prošle tijekom studija. Najveću zahvalnost dugujem svojoj obitelji na strpljenju i podršci.

SAŽETAK

Predmet ovog rada su matematičke aktivnosti na vanjskom prostoru, u funkciji poticanja razvoja ranih matematičkih koncepata i pojmova. Njima dijete ovladava kroz konkretno osjetilno iskustvo, stečeno manipulacijom materijalom u interakciji s prostornom i socijalnom okolinom. Pojmove kao apstraktne reprezentacije stvarnosti formira postepeno, odvijanjem kognitivnog razvoja i izloženošću situacijama učenja. Cilj je rada dati metodičke smjernice za organiziranje aktivnosti na vanjskim prostorima koje potiču razvoj matematičkih koncepata te primjere aktivnosti koje su izvedene kako bi se djeci pomoglo da postanu samopouzdana i vješta u razmišljanju, korištenju i istraživanju početnih matematičkih pojmova. Stoga rad donosi definicije tih pojmova, identificira čimbenike njihova razvoja i analizira mentalne akcije putem kojih dijete formira određeni pojam. Vanjski prostor karakteriziraju veće slobode, raznovrsnost materijala te drugi benefiti koji podupiru učenje. Stoga rad povezuje karakteristike vanjskog prostora s procesom razvoja matematičkih pojmova, ali i analizira ulogu odgajatelja u prostorno-materijalnoj i socio-emocionalnoj organizaciji, s obzirom na metodičke smjernice za rani razvoj matematičkih pojmova. Drugi dio analizira i evaluira aktivnosti koje provedene na vanjskom prostoru vrtića i vrtićke okoline, što potvrđuje da vanjski prostor doprinosi učenju matematičkih sadržaja u domenama motivacije, opuštenosti i suradnje.

Ključne riječi: aktivnosti na vanjskom prostoru; matematika; predmatematičke vještine; rana i predškolska dob; razvoj matematičkih koncepata

ABSTRACT

The subject of this work is outdoor mathematical activities designed to encourage the development of early mathematical terms and concepts. The child acquires these through concrete sensory experience in handling materials and interacting with the spatial and social environment. Concepts as abstract representations of reality are gradually formed through cognitive development and contact with learning situations. The aim of the work is to provide methodical guidelines for organizing outdoor activities that promote the development of mathematical concepts and to give examples of activities that help children become confident and competent in thinking about, applying, and exploring early mathematical concepts. Therefore, definitions of these concepts are given, the factors for their development are identified, and the mental actions through which the child forms a particular concept are analyzed. An outdoor area is characterized by greater freedom, a variety of materials, and other advantages that support learning. Therefore, the characteristics of the open space are related to

the process of mathematical concept development, and the role of educators in spatial-material and socio-emotional organization is also analyzed in terms of methodological guidelines for the early development of mathematical concepts. In the second part, the activities carried out in the outdoor area of the kindergarten are analyzed and evaluated. It is confirmed that the outdoor area contributes to children learning mathematical content in the areas of motivation, relaxation and cooperation.

Keywords: outdoor activities; mathematics; pre-mathematical skills; early and preschool age; development of mathematical concepts

SADRŽAJ

<u>1. UVOD</u>	1
<u>2. MATEMATIČKI POJMOVI U RANOJ I PREDŠKOLSKOJ DOBI</u>	3
<u>2.1. Pojam broja</u>	4
<u>2.2. Osnovne računske operacije</u>	6
<u>2.3. Uzorci</u>	7
<u>2.4. Oblici</u>	8
<u>2.5. Prostorni odnosi</u>	9
<u>2.6. Mjerenje</u>	9
<u>3. ČIMBENICI RAZVOJA MATEMATIČKIH POJMOVA</u>	11
<u>3.1. Povezanost kognitivnog razvoja djeteta i razvoja matematičkih pojmova</u>	12
<u>3.2. Učenje djeteta rane i predškolske dobi</u>	14
<u>4. KAKO DJECA FORMIRAJU MATEMATIČKE POJMOVE?</u>	18
<u>5. RAZVOJ MATEMATIČKIH POJMOVA NA VANJSKOM PROSTORU</u>	22
<u>5.1. Zašto istraživati matematičke pojmove na vanjskom prostoru?</u>	24
<u>6. ULOGA ODGAJATELJA U RAZVOJU MATEMATIČKIH POJMOVA NA VANJSKOM PROSTORU</u>	28
<u>6.1. Prostorna organizacija</u>	28
<u>6.2. Materijali i poticaji</u>	30
<u>6.3. Vođenje skupine: metodičke smjernice</u>	32
<u>7. PRAKTIČNE AKTIVNOSTI ZA RAZVOJ MATEMATIČKIH POJMOVA NA VANJSKOM PROSTORU</u>	36
<u>7.1. Pojam broja, brojenje</u>	36
<u>7.2. Oblici</u>	39
<u>7.3. Prostorni odnosi, brojenje, sortiranje</u>	41
<u>8. ZAKLJUČAK</u>	466
<u>9. LITERATURA</u>	488
<u>PRILOZI</u>	522

1. UVOD

Tema rada je razvoj početnih matematičkih koncepata u aktivnostima na vanjskim prostorima. U ovom radu pojam „vanjski prostor“ obuhvaća prostor vrtićkog dvorišta, igrališta, vrta, ali i javni prostor u kojem se odvijaju planirane aktivnosti učenja. Razvoj matematičkih koncepata ili pojmova odvija se sistematično, a u ranoj dobi temelji se na osjetilnom iskustvu i percepciji djeteta, preduvjetima složenijih misaonih operacija. Stoga je potrebno omogućiti konkretno iskustvo baratanja i manipuliranja stvarnim te djetetu svrhovitim predmetima, a vanjsko okruženje idealno je mjesto za planiranje matematičkih aktivnosti, jer ga karakterizira multisenzoričnost. Tema boravka djece na vanjskom prostoru istraživana je iz različitih perspektiva: od početnih istraživanja benefita za zdravlje djeteta do benefita za proces učenja djece. Unatoč tome, u trenutku pisanja ovoga rada pretraživanjem hrvatske znanstvene literature nisam naišla na radove koji su se bavili razvojem matematičkih pojmova u ranoj i predškolskoj dobi na vanjskom prostoru. Posljedično tome, temeljna literatura korištena u ovom radu, bio je rad autorice M. Sargent (2015), *Developing Early Maths Skills Outdoors*.

Prvi dio završnog rada polazi od teorijskih odredišta iz područja pedagogije, razvojne psihologije te metodike matematike. Metodom analize i interpretacije postojećih znanstvenih i stručnih radova, u njemu su:

- navedeni matematički pojmovi koje je potrebno uvoditi već u ranoj i predškolskoj dobi,
- definirane uloge djetetovog kognitivnog razvoja i učenja u formiranju prikazanih pojmova,
- analizirane mentalne aktivnosti putem kojih djeca formiraju matematičke pojmove,
- identificirani benefiti vanjskog prostora za razvoj matematičkih pojmova u ranoj i predškolskoj dobi,
- identificirane i analizirane uloge odgajatelja u razvoju matematičkih pojmova na vanjskom prostoru, u odnosu na prostorno-materijalno i socio-emocionalno okruženje, a iz perspektive metodičkih smjernica.

Drugi dio rada prikazuje istraživanje, čiji su ciljevi: utvrditi jesu li djeca motivirana za izvođenje matematičkih aktivnosti na vanjskom prostoru, analizirati postignuća djece u specifičnim matematičkim aktivnostima i utvrditi prikladnost okruženja s obzirom na specifične ciljeve aktivnosti, koji se odnose na razvoj matematičkih pojmova. U skladu s ciljevima, planirane su tri grupe aktivnosti, čiji je tijek dokumentiran transkriptima razgovora, video i fotografskim materijalom, na temelju čega nastaje evaluacija i analiza. Prilikom

organizacije i provedbe aktivnosti s djecom, poštivane se vrijednosti i načela Etičkog kodeksa istraživanja s djecom te su prikupljene potrebne privole (Prilog23.).

2. MATEMATIČKI POJMOVI U RANOJ I PREDŠKOLSKOJ DOBI

Pojmovi su zamjene za predmete ili pojave iz stvarnosti, skup svih predmeta koji dijele bitno zajedničko svojstvo ili svojstva (Starc i sur., 2004). Marenić (2009) definira matematičke pojmove preduvjetom za obavljanje praktičnih radnji u ranoj i predškolskoj dobi, sredstvom putem kojeg dijete spoznaje svijet koji ga okružuje te potporom razvoju psihičkih funkcija, mišljenja i komunikacije. Konkretni matematički pojmovi s kojima se dijete rane i predškolske dobi susreće, definirani su različito. NAEYC¹ (2002) izdvaja sljedeće:

- Pojam broja i operacija na brojevima
- Mjerenje
- Geometrijski oblici i prostorni odnosi
- Uzorke
- Prikazivanje i analiziranje podataka.

Neilson (2021) uvodi sličnu podjelu matematičkih pojmova u ranoj i predškolskoj dobi:

- Brojevi i brojenje
- Geometrijski oblici i tijela
- Mjere, klasifikacija i usporedba.

Marenić (2009) ističe da se logičko-matematički razvoj djeteta sastoji od:

- Opažanja
- Shvaćanja i apstrahiranja prostora i definiranja prostornih odnosa
- Opažanja, apstrahiranja i definiranja dimenzija predmeta
- Razvijanja pojmova geometrijskih oblika
- Razvoja pojma broja s konkretnim materijalom te na osnovi operacija sa skupovima
- Mjerenja.

Glasnović Gracin (2022) ističe da je predškolska dob razdoblje djetetove izgradnje figurativnog, ali stabilnog mosta kojim dijete prelazi iz konkretnih iskustava u apstraktno mišljenje. On se izdiže na četiri stupa koja čine:

- Sortiranje i redanje
- Oblici, uzorci i simetrije

¹ National Association for the of Young Children (NAEYC) je profesionalna organizacija koja radi na promicanju visokokvalitetnog ranog učenja za djecu od rođenja do 8.g. povezujući praksu, trendove i istraživanja u ranom djetinjstvu. Organizacija ima 60 000 individualnih članova i 52 podružnice.

- Prebrojavanje, brojenje i mjerenje
- Tijela, prostor i odnosi položaja

Iz navedenog je očito da ne postoji univerzalna podjela matematičkih pojmova za ranu i predškolsku dob, ali pojmovi koji će u nastavku biti prikazani kategorije su u svakoj od podjela. Prikazane podjele potvrđuju interferenciju matematičkih pojmova u procesu razvoja. Ovladavanje pojmovima, „*najsavršenijom zamjenom za stvarnost*“, omogućuje razvoj sposobnosti analize, sinteze, reverzibilnosti, apstrahiranja i generalizacije te razvoj mentalnih zamjena reprezentacijom i uporabom simbola (Starč i sur., 2004: 20)². S obzirom da je riječ o individualnim razvojnim obilježjima, matematički pojmovi neće biti jednako razvijeni kod svakog djeteta iste kronološke dobi (Marendić, 2009). Unatoč tome, svako će dijete matematičkim pojmovima ovladati u specifičnom, unaprijed određenom redosljedu, o čemu će više riječi biti u poglavlju četvrtom poglavlju *Kako djeca formiraju matematičke pojmove?*.

2.1. Pojam broja

Pojam broja je osnova razumijevanja matematike, što ga čini temeljnim matematičkim pojmom u ranom i predškolskom razdoblju (Stepanić i Glasnović Gracin, 2021). Pojam broja podrazumijeva sposobnost da se razumije količina objekata u skup i brojevni naziv povezan s tom količinom (Brownell i sur., 2014). Brojevi se mogu koristiti na tri različita načina: kardinalni, ordinalni i nominalni (Montague-Smith i sur., 2018). Glavni ili kardinalni brojevi predstavljaju količinu, na način da broj jedan predstavlja jedan predmet, broj dva, dva predmeta, i tako dalje (Robertson, 2017). Oni odgovaraju na pitanje „Koliko čega ima?“. Redni ili ordinalni brojevi obilježavaju međusoban položaj ili poredak brojeva i predmeta (Robertson, 2017: 80). Oni odgovaraju na pitanje „Koji je po redu?“. Nadalje, nominalni brojevi nemaju određenu vrijednost niti položaj, već se koriste za identifikaciju nečega (Robertson, 2017: 80). Primjere nominalnih brojeva moguće je uočiti na registracijskim oznakama, poštanskim oznakama gradova ili dresovima sportaša. Pojam broja formira se na tri razine: intuitivnoj kroz konkretne predmete, pojmovnoj, razvojem pojma broja te simboličkoj, koju obilježava uporaba simbola (Gusić, 2000).

Od identifikacijske narukvice po rođenju, preko brojenja stepenica u šetnji, „samo jedne čokolade“ nakon ručka, do slušanja govornih iskaza odraslih, djeca su svakodnevno okružena brojevima i brojkama. Unatoč tome, oni ih interpretiraju različito, no što to čine odrasli. Prije nego usvoje značenje brojevine riječi, prepoznaju broj kao količinu konkretnih i njima

² Vidjeti treće poglavlje *Čimbenici razvoja matematičkih pojmova*.

relevantnih predmeta (Wang i Feigenson, 2019). Oni imaju prirodno urođen osjećaj za količinu do tri, a već s dvije godine razlikuju jedan od mnogo te jedan od dva (Starc i sur., 2004), ali na konkretnom materijalu. Začeci razvoja pojma broja³ započinju pamćenjem brojevine riječi tijekom svakodnevnih aktivnosti (Vlahović Štetić, 2010) te u stihovima i pjesmama, čija primarna svrha nije nužno podučavanje matematičkog pojma (Liebeck, 1999) kao što je *Uspavanka do 9 Grigora Viteza*:

Jedan, dva – mjesec na dnu rijeke sja.

Tri, četiri – zaspali su svi leptiri.

Pet, šest – zec donio važnu vijest

Sedam, osam – nek' se svlači 'ko je pospan.

Devet- hej pospanci, svi u krevet (...)⁴

Stoga se one prvo usvajaju kao auditivni podražaji bez razumijevanja značenja (Markovac, 2001). U skladu s navedenim, dijete mogu oduševljavati stihovi pjesme *Kišobran za dvoje*, bez razumijevanja da je riječju dvoje označena količina. Nakon ovladavanja brojevnim riječi, pojam broja razvija se njenim povezivanjem s količinom (Čudina Obradović, 2008), do čega dolazi oko treće godine djetetova života (Lamza, 2021). Navedeno slijedi usvajanje pojma broja na razini brojke, simbola količine (Čudina Obradović, 2008), koje se očituje u sposobnosti bilježenja količine znamenkom te daljnji razvoj pojma broja.

Brojenje se odnosi na izgovaranje brojeva redom te utvrđivanjem koliko je članova u skupu. U prvom slučaju, dijete treba imati znanje recitiranja brojeva u konvencionalnom slijedu, dok u drugom treba ovladati temeljnim logičkim načelima:

- Pridruživanja 1:1 – razumjeti da se isti predmet ne broji dva puta, odnosno da jedan broj pridružuje samo jednom predmetu.
- Ordinalnosti – razumjeti kako su brojevi poredani od najmanjeg prema najvećem te uvidjeti nepromjenjivost istoga.
- Kardinalnosti – razumjeti da je broj posljednjeg elementa u skupu jednak ukupnoj količini predmeta u skupu.
- Prebrojivosti – razumjeti da sve, uključujući neopipljivo, može biti prebrojano.

³ Pod terminom „pojam“ misli se na misaonu reprezentaciju stvarnosti (Starc i sur., 2004).

⁴ <https://hr.izzi.digital/DOS/3459/3464.html> (Trag u priči 2 – digitalni obrazovni sadržaj hrvatskoga jezika za drugi razred osnovne škole). Pristupljeno 12.2.2023.

- Nevažnog redoslijeda – razumjeti da promjena redoslijeda pridruživanja brojeva ne mijenja krajnji rezultat.
- Konzervacije – razumjeti da je broj predmeta stalan, bez obzira na prostorni raspored
- Tranzitivnosti – razumjeti da ako je 1 manje od 2, a 2 manje od 3, tada je i 1 manje od 3.
- Reverzibilnosti – razumjeti da ako jednom skupu dodamo, a potom oduzmemo isti broj predmeta, prvotna količina ostaje nepromijenjena

(Vlahović Štetić, 2010).

Brojenje je temelj računanja (Sargent, 2015).

2.2. Osnovne računske operacije

Računske operacije su neophodne za svakodnevni život: u pripremi hrane, odlasku u trgovinu, planiranju budžeta i vremena, a posljedično, djeca su im izložena od najranije dobi, iako ih razvijaju tek po ovladavanju pojmom broja (Sargent, 2015). U predškolskoj dobi, djeca najčešće ovladaju zbrajanjem i oduzimanjem na konkretnom materijalu (Starc i sur., 2004). Zbrajanje se temelji na dva bitna preduvjeta: prvi je mogućnost kombiniranja dvaju skupova u jedan, a drugi ovladavanje brojenjem od zadanog broja nadalje (Robertson, 2017). Sargent (2015) utvrđuje elemente ovladavanja zbrajanjem, a to su:

- razumijevanje i korištenje termina poput: „dodavanje“, „sveukupno“, „ukupno“ i „računati“
- ovladanost slijedom brojeva
- sposobnost određivanja „za jedan više“
- sposobnost određivanja količine u skupu od pet elemenata, bez brojenja

Gotovo isti elementi određuju ovladanost oduzimanjem, pri čemu je dodatno potrebno razumijevanje tog koncepta kao suprotnosti zbrajanju. Preduvjeti množenja i dijeljenja su u razumijevanju da je množenje zbrajanje u skupinama, a dijeljenje pravedna raspodjela elemenata skupa. Te računske operacije zahtijevaju razumijevanje pojmova: „duplo“, „skupina“, „par“, „prepoloviti“ i „podijeliti“ (Sargent, 2015: 36).

2.3. Uzorci

Prema Montague-Smith i sur. (2018) uzorci se mogu opisati kao sustavni raspored brojeva ili oblika koji slijedi određeno pravilo. Tri su glavne vrste uzoraka: ponavljajući, rastući i simetrični. Jednostavni ponavljajući uzorci sastoje se od niza oblika koji se ponavljaju određenim redoslijedom (Montague-Smith i sur., 2018), a mogu biti horizontalni, vertikalni i dijagonalni. Rastući uzorci, bilo da uključuju oblike ili brojeve, pokazuju dosljedan odnos između svakog slijedećeg elementa (Montague-Smith i sur., 2018). Međutim, kako uzorak raste, veličina oblika ili broja se mijenja, povećavajući se ili smanjujući na predvidljiv način. I na kraju ostaju simetrični uzorci. Simetrija se koristi u stvaranju uzoraka refleksijom i rotacijom, a može se pronaći u prirodi i izgrađenom okolišu (Montague-Smith i sur., 2018). Nizanje ili odražavanje redoslijeda je predmatematička vještina u kojoj dijete mora prepoznati uzorak, a potom ga nastaviti (Glasnović Gracin, 2022). Njome dijete koristi matematičko razmišljanje i primjenjuje matematička temeljna pravila (Robertson, 2017). Prema Sargent (2015), održavanje redoslijeda i kreiranje uzoraka obuhvaća:

- mogućnost razlikovanja predmeta prema zadanom pravilu (boja, oblika, veličina) te identificiranje bitnih karakteristika ili svojstava pojedinog predmeta ili objekta
- sposobnost uočavanja ponavljajućih principa
- mogućnost identificiranja pravilnosti
- sposobnost predviđanja nastavka pravilnosti
- sposobnost izmišljanja matematičkog pravila koje će tvoriti uzorak
- razumijevanje simetrije
- razumijevanje i korištenje pojmova: uzorak, podudaranje, zadnji, pored, ponoviti, nastaviti i simetrija.

Iz navedenog je očito da postoje različite vrste uzoraka: ima ih onoliko koliko ima i mogućih kriterija nizanja, a uzorci se mogu prepoznavati, nizati i stvarati s predmetima, u glazbi, kroz pokret i dr. (Glasnović Gracin, 2022). Značaj uzoraka za logičko-matematički razvoj djeteta proizlazi iz činjenice da njihovo prepoznavanje olakšava shvaćanje pravilnosti svijeta (Robertson, 2017). U matematici, oni su preduvjet usvajanja koncepta rednih brojeva, snalaženja na brojevnom pravcu i kasnijih algebarskih zadataka (Glasnović Gracin, 2022).

2.4. Oblici

Oblik je osnovni konstrukt ne samo u geometriji, već i u kognitivnom razvoju djeteta uopće jer djeca rane dobi formiraju kategorije predmeta na temelju sličnosti oblika (Clements, Sarama, i Joswick, 2018). Stoga, istraživanje osnovnih geometrijskih oblika pomaže djeci rane i predškolske dobi u razumijevanju konstrukcije svijeta koji ih okružuje (Sargent, 2015). Kada govorimo o matematici u središtu su dvodimenzionalni oblici, odnosno geometrijski likovi (kao što su krug, trokut, pravokutnik..) i trodimenzionalni oblici, odnosno tijela (kao što su kugle, kocke, valjci, piramide...) (Brownell i sur., 2014).

Prvi susreti djeteta s geometrijskim oblicima odvijaju se promatranjem i istraživanjem različitih oblika te njihovom usporedbom temeljem identificiranja sličnosti i razlika, čime dijete usvaja osnovna obilježja geometrijskog oblika, iako ih još ne identificira (Sargent, 2015: 45). U dobi od dvije godine dijete uočava dva identična oblika, dok s tri godine već imenuje osnovne oblike⁵ (Sesame Street, 2016). Formiranje pojma geometrijskog oblika kao apstraktnog koncepta započinje kada dijete može prepoznati i imenovati pojedini oblik u odnosu na druge: prvo u prostoru, a zatim plošnom prikazu (Markovac, 2001). Slijedom navedenog, uloga odgajatelja prilikom uvođenja pojmova geometrijskih oblika je poticanje djeteta na korištenje odgovarajućih termina, odnosno imenovanje (Čudina Obradović, 2008). Unatoč prethodno navedenom, nije dovoljno da dijete rane dobi prepozna određeni oblik, već da ga zna i reproducirati: takav rad s obrascima omogućuje osnove temeljem kojih će dijete kasnije moći biti kreativno i razumjeti apstraktne obrasce (Glasnović Gracin, 2022). Osim imenovanja i prepoznavanja oblika, djeca bi trebala prepoznavati i precizirati određujuća svojstva oblika. Kada razvrstavaju i klasificiraju oblike postaju svjesni pravila o oblicima (npr. da trokut ima tri stranice i tri kuta). Kombiniranje, rotiranje i uspoređivanje oblika kod djece će razviti razumijevanje odnosa dio/cjelina unutar oblika i među oblicima (npr. dva identična pravokutna trokuta mogu se kombinirati da bi se dobio pravokutnik) Razvoj geometrijskih oblika kod djece usko je povezan s razvojem prostornih odnosa, koji će biti pobliže objašnjeni nastavkom rada.

2.5. Prostorni odnosi

Prostorni odnosi zajedno s oblicima čine područje matematike koje će se u djetetovu daljnjem obrazovanju razviti u geometriju (Montague-Smith i sur., 2018). Montague-Smith i sur. (2018) navode da se pojam prostorni odnosi odnose na položaj i orijentaciju objekata i promjene u položaju uključujući translaciju, rotaciju i refleksiju. Razumijevanje prostornih odnosa usko je

⁵ Detaljnije prikazano u Prilogu 1. *Razvojni miljokaz logičko-matematičkog razvoja.*

vezano uz tjelesni razvoj i određeno razumijevanjem smjera, pokreta i položaja (Sargent, 2015). Orijentacija u prostoru, u ravnini i na pravcu je uočavanje položaja predmeta u prostoru (Glasnović Gracin, 2022). Razumijevanje prostornih odnosa podrazumijeva:

- sposobnost opisivanja položaja osobe ili predmeta
- opisivanje određene dionice ili rute
- mogućnost savladavanja prepreka u prostoru u pokretu
- mogućnost definiranja oblika i veličine predmeta u kontekstu specifične namjene
- mogućnost organizacije položaja predmeta
- razumijevanje i uporabu izraza za određivanje prostornih odnosa poput: ispred, iza, gore, dolje, pored, lijevo, desno, između i dr.

(Sargent, 2015).

Djetetovo orijentiranje u prostoru moguće je interpretirati na dvije razine: razini razumijevanja i verbaliziranja odnosa u odnosu na vlastito tijelo te razini u odnosu na druge predmete ili osobe (Glasnović Gracin, 2022).

2.6. Mjerenja

Prema Montague-Smith i sur. (2018) nije moguće nešto mjeriti bez usporedbe i to je u stvari i bit mjerenja. Mjerenje je složeno jer uključuje niz različitih koncepata kao što su duljina (visina, širina, dubina), masa, kapacitet, površina, volumen, vrijeme, temperatura, kut, novac, gustoća, potrošnja goriva i brzina (Montague-Smith i sur., 2018). U svakodnevnom životu moguće je mjeriti i ono što nije vidljivo i opipljivo: primjerice vrijeme ili temperaturu zraka. Ipak, prvi susreti s mjerenjem u ranoj i predškolskoj dobi odvijaju se kroz konkretna iskustva i predmete, stoga se najčešće aktivnosti mjerenja odnose na duljinu, masu, volumen i kapacitet. Mjerenje duljine i mase predmeta omogućuje usporedbu dvaju predmeta temeljem zadanih kriterija te obuhvaća:

- svjesnost veličine predmeta
- sposobnost korištenja nestandardiziranih i standardiziranih mjernih instrumenata u izračunu
- razvijenost vještine pravilnog brojenja
- razumijevanje i korištenje adekvatnih izraza: dugo-kratko, visoko-nisko, duboko, usko-široko, lagano-teško

(Sargent, 2015: 56).

Razumijevanje volumena tijela u predškolskoj dobi polazi od razumijevanja kapaciteta temeljem konkretnih iskustava. Pojam volumena ili obujma odnosi se na pitanje koliko neko tijelo ili tijela zauzimaju prostora, a pojam kapaciteta na pitanje koliko tekućine stane u određenu posudu. Stoga pojam volumena u ranoj i predškolskoj dobi obuhvaća:

- mogućnost korištenja nestandardiziranih mjernih instrumenata: kapaljki, žlica i posuda, u svrhu izračuna kapaciteta
- razumijevanje i korištenje pojmova poput pun i prazan
- vještinu brojenja
- razvijenost načela konzervacije⁶

(Sagent, 2015: 64).

Pojam mjerenja razvija se od jednostavnih usporedbi dvaju predmeta, temeljem taktilne i vizualne percepcije, što dijete čini u dobi od dvije godine, primjerice prepoznavanjem da je jedan predmet veći od drugoga. U trećoj godini dijete usporedbu može vršiti temeljem različitih karakteristika, primjerice visine, dužine i mase, dok u petoj provodi precizna mjerenja dužine, uspješniji je u korištenju mjernih alata i koristi adekvatne pojmove (Sesame Street, 2016). Neovisno o kojem je elementu mjerenja riječ, ono je uvijek povezano s pojmom prostornih odnosa (Robertson, 2017).

⁶ Razumijevanje da će količina tekućine ostati ista, unatoč prelijevanju u posudu drugačijeg oblika.

3. ČIMBENICI RAZVOJA MATEMATIČKIH POJMOVA

*Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje*⁷ (2014) temelj je odgojno-obrazovnih praksi pojedinačnih institucija na razini Republike Hrvatske, a njegovi ciljevi, vrijednosti i načela proizlaze iz suvremenih shvaćanja djetetovog razvoja, rasta, učenja i društvenog položaja. Glavno obilježje *NKRPOO*-a (2014) je integrativnost koja se ogleda u integraciji odgojno-obrazovnih područja: njege, odgoja i obrazovanja, integraciji područja djetetova razvoja⁸ te integraciji područja učenja, što uključuje i područje matematike. Navedeno određuje i pojavnost matematike u institucionalnom kontekstu ranog i predškolskog odgoja: iako se ne spominje izrijekom, područje matematike javlja se u različitim aktivnostima⁹ i svim područjima učenja¹⁰, a razvoju predmatematičkih vještina i usvajanju matematičkih pojmova pristupa se iz perspektive individualnog i konstruktivnog procesa (Glasnović Gracin, 2022).

Matematika je značajna jer je sveprisutna, korisna i neophodna u svakodnevnom životu čovjeka, stoga se matematički pojmovi u ranom i predškolskom razdoblju uvode na temelju djetetovih postojećih iskustava i u kontekstu svakodnevnih aktivnosti (Marendić, 2009). Pored spomenute korisnosti, matematika ima važnu ulogu u odgojno-obrazovnom procesu jer pruža intelektualno i estetsko zadovoljstvo, a ono je važno zbog osobnog socio-emocionalnog razvoja djeteta¹¹, motivacije pojedinca i emocionalne klime skupine kao preduvjeta učenja, a u konačnici i kognitivnog razvoja. Svaki pojedinac može uživati u matematici na isti način kao što to čini u području glazbe: osobne preferencije utjecat će na izdvajanje onih matematičkih područja koja pružaju osobito zadovoljstvo djetetu, ali da bi ih otkrio mora upoznati različita (Liebeck, 1999). Slijedom navedenog, *NKRPOO* (2014) izdvaja matematičku kompetenciju i osnovne kompetencije u prirodoslovlju kao jednu od osam temeljnih kompetencija za cjeloživotno učenje. Stoga je potrebno sustavno i sistematično pristupiti njenom razvoju, iako je utvrđena prirodna visoka pojavnost matematičkog područja u različitim aktivnostima koje ne bilježe intenciju razvoja matematičkih kompetencija. Prethodnim je poglavljem istaknuto da se matematički pojmovi razvijaju slijedom određenih zakonitosti, o čemu će više riječi biti u

⁷ U nastavku rada: *NKRPOO* (2014).

⁸ Tjelesni i psihomotorni, socio-emocionalni i kognitivni razvoj te razvoj govora, jezika, izražavanja i stvaralaštva.

⁹ U ranom i predškolskom odgoju i obrazovanju aktivnosti se kategoriziraju u: životno-praktične i radne aktivnosti, raznovrsne igre, aktivnosti umjetničkog promatranja, društveno-zabavne aktivnosti, aktivnosti izražavanja i stvaranja, istraživačko-spoznajne aktivnosti i specifične aktivnosti s kretanjem.

¹⁰ Primjerice u ritmu glazbe, u prostornim odnosima kinezioloških aktivnosti, u govornim iskazima materinskog i stranog jezika, itd.

¹¹ Naročito pozitivne slike djeteta o sebi samom, što je prema *NKRPOO*-u (2014) preduvjet razvoja svih kompetencija.

nastavku. Njihov razvoj snažno je određen kognitivnim razvojem, kao i karakteristikama učenja, zbog čega će nastavak rada prikazati te odrednice iz perspektive rane i predškolske dobi. To će, u konačnici, odgajateljima pružiti smjernice za implementaciju aktivnosti čija je svrha razvoj matematičkih pojmova.

3.1. Povezanost kognitivnog razvoja djeteta i razvoja matematičkih pojmova

„Razvoj je slijed promjena u osobinama, sposobnostima i ponašanju djeteta poradi kojih se ono mijenja te postaje sve veće, spretnije, sposobnije, društvenije, prilagodljivije, itd.“, a kognitivni razvoj obuhvaća spektar mentalnih procesa i operacija koji djetetu omogućuju razumijevanje vlastitog unutarnjeg i vanjskog svijeta (Starc i sur., 2004: 13). Te operacije razvijaju se postepeno: dijete je u početku svjesno isključivo stvarnosti koju vidi, što se mijenja razvojem motoričkih i likovnih shema kao zamjena za predmete¹², koji po završetku druge godine prelaze u dominaciju simboličkih shema do šeste godine kada dijete ovladava pojmovima kao zamjenom za stvarnost (Starc i sur., 2004: 20).

Prema biologističkoj teoriji stadijalnog razvoja Jeana Piageta¹³, sazrijevanje određuje kognitivni razvoj djeteta, a on utječe na njegovo učenje (Marendić, 2009). Predoperacijsko razdoblje kognitivnog razvoja traje od druge do šeste godine života, a obilježavaju ga: egocentrizam¹⁴, centracija¹⁵, nemogućnost konverzacije¹⁶ i ireverzibilnost mišljenja¹⁷ (Starc i sur., 2004). Razlog tome je činjenica da dijete u predoperacijskom razdoblju uči na temelju vlastitog senzornog sistema, zbog čega je jedno od njegovih obilježja situacijska inteligencija, odnosno činjenica da je fizička spoznaja preduvjet razvoja logičko-matematičke spoznaje (Marendić, 2009). Preciznije, dijete u tom razdoblju posjeduje istančanu živčanu osjetljivost, koja potiče i omogućuje manipulativno istraživanje konkretnog putem osjetila, odnosno razlikovanje osjetilnih informacija (Starc i sur., 2004). Uz osjete, temelj i pokretač spoznajnog razvoja su i percepcija, koja obuhvaća prepoznavanje i interpretaciju osjetila te pažnja, koja se odnosi na usmjeravanje percepcije (Starc i sur., 2004: 21). Na temelju navedenog, Marendić (2009) drži da dijete može razumjeti matematičke pojmove ako ih upoznaje na konkretnom iskustvu, perceptivno, što podrazumijeva konkretne materijale, usklađene s djetetovim

¹² To se događa otprilike u šestom mjesecu života (Starc i sur., 2004).

¹³ Odnosno, teoriji ženevske škole.

¹⁴ Dijete je samo sebi središte zbivanja, zbog čega ne može uvidjeti drugu sliku stvarnosti, odnosno tuđe stajalište (Starc i sur., 2004: 21).

¹⁵ Dijete je usredotočeno samo na jedno svojstvo predmeta (Starc i sur., 2004: 21).

¹⁶ Konverzacija je razumijevanje da promjena oblika ne utječe na količinu. Dijete u toj fazi ne uviđa, primjerice, da se prelijevanjem iz široke u usku posudu, količina vode ne mijenja (Starc i sur., 2004: 21).

¹⁷ Nemogućnost mentalnog vraćanja na početak neke radnje ili operacije (Starc i sur., 2004: 21).

interesima, načinima učenja i obilježjima predoperacijskog razdoblja. Piaget drži da je djetetov razvoj govora potpora njegovim misaonim pretvorbama konkretnog iskustva u mentalne operacije, čemu odgovara i Brunerova teorija prema kojoj verbalni iskazi omogućuju misaonu stabilizaciju pojmova (Marendić, 2009: 132). Glavna razlika dvaju spomenutih teorija očituje se u interpretaciji temeljnog pokretača učenja: Bruner, za razliku od Piageta, drži da intrinzični pokretač učenja nije efikasan bez poticaja okoline, a u tom kontekstu obitelj, institucije i društvo podupiru unutrašnje učenje djeteta (Marendić, 2009: 133). Zbog toga, uloga odraslih u razvoju matematičkih pojmova je posredovati u njihovoj interpretaciji imenovanjem, pružanjem objašnjenja te proširenjem postojećih iskustava, tijekom djetetovog manipulativnog istraživanja, čime se paralelno razvoju matematičkih pojmova razvijaju i viši kognitivni procesi mišljenja, rasuđivanja i rješavanja problema (Starc i sur., 2004). Slijedom navedenog, za razvoj matematičkih pojmova koji je određen djetetovim kognitivnim razvojem, potrebno je omogućiti djetetu verbalizaciju iskustava, ali i poduprijeti razvoj „*opće kognitivne organizacije, a ne samo specifične vještine*“ ili pojma (Marendić, 2009: 132).

Dosad prikazane karakteristike kognitivnog razvoja predoperacijske faze, manifestiraju se na djetetove mogućnosti: ono može koristiti unutarnje simbole, ali to čini ograničeno jer nema razvijene operacije analize, sinteze, reverzibilnosti, apstrahiranja i generalizacije (Starc i sur., 2004). Zbog toga, nije u mogućnosti grupirati predmete u potpojmove, razviti načelo serijacije, tranzitivno zaključivati ili razumjeti prostorne odnose (Starc i sur., 2004: 22). Lav Vigotski prikazane više mentalne funkcije interpretira rezultatom socijalnog, tj. kulturnog razvoja (Marendić, 2009). On je razvio koncept zone proksimalnog razvoja, prema kojem se učenje odvija u prostoru između onoga što dijete može učiniti samostalno i onoga što čini uz pomoć druge osobe, čime se naglašava uloga socijalne okoline u učenju djeteta. Dodatno, Vigotski drži da se brojni oblici mišljenja javljaju istovremeno, što rani razvoj čini kompleksnim (Marendić, 2009: 134). Posljedično, Marendić (2009: 135) naglašava važnost individualne procjene razvojne razine pojedinog djeteta prilikom planiranja implementacije određenog matematičkog pojma u predškolskom obrazovanju, kao i ulogu suradničkog učenja, odnosno vršnjačke sukonstrukcije znanja.

Za razliku od Piageta i ženevske škole, Galjperin i moskovska škola tvrde da razvoj nije stadijalni već etapni, odnosno da se ne odvija vlastitim zakonitostima, nego posljedično organizaciji procesa učenja (Marendić, 2009: 135). To s jedne strane poziva na analizu i interpretaciju uloge odgajatelja u razvoju matematičkih pojmova kod djece rane i predškolske dobi, o čemu će više riječi biti u petom poglavlju ovog rada. S druge strane, to znači da će neka

djeca ovladati pojedinim matematičkim pojmovima, unatoč karakteristikama razdoblja u kognitivnom razvoju, koji Piaget definira predoperacijskim.

3.2. Učenje djeteta rane i predškolske dobi

Učenje je složen, psihički i tjelesni proces, koji započinje prije rođenja i traje tijekom cijelog života, a kojim se stječu iskustva te usvajaju znanja (Selimović i Karić, 2011). Učenje određuju sposobnosti i motivacija pojedinca, ali i vanjske okolnosti vidljive u izloženosti situaciji učenja, a njegovi su rezultati relativno trajne promjene, manifestirane u ponašanju (Grgin, 2004). Došen Dobud (1995) drži da je već čin rođenja poticaj na aktivan odnos djeteta prema okolini, posljedično promijeni sigurnog okruženja majčinog trbuha u novo i nepoznato okruženje. To je ujedno i početak učenja djeteta rane dobi, koje se odvija djetetovim aktivnim sudjelovanjem, konkretno njegovom „uključenošću”¹⁸ (Leavers, 2006: 3). Dijete rane dobi osjeća tzv. „osjetilnu glad”, potrebu za percepcijom svijeta oko sebe svim osjetilima (Došen Dobud, 1995: 9), zbog čega apstraktnim matematičkim pojmovima prethodi njihovo konkretno istraživanje temeljem čulnog i motoričkog iskustva (Marendić, 2009). Učenje u ranom djetinjstvu je proces kojim se ovladava kulturom i simboličkim kodiranjem, stoga je njegov cilj praktična primjena znanja (Romstein, 2010).

Matematika je prisutna u svim segmentima života djece: njihova omiljena igračka nalazi se **na** polici, mama će doći u **tri sata**, grade lego **kockama**, a gradom šeću držeći se za ruke, u **parovima**. Stoga, motivacija djeteta da razumije područje matematike proizlazi iz potrebe za sigurnošću, a nju stječe razumijevanjem svijeta koji ga okružuje (Došen Dobud, 1995). Na temelju navedenog, uočava se preduvjet formiranja početnih matematičkih pojmova: djelovna i mentalna uključenost djeteta, kroz koju će praktične, vanjske, radnje transformirati u unutrašnji, mentalni plan (Marendić, 2009).

Istraživanje djeteta kao oblik učenja ima određene pravilnosti, iako je svojstveno svakom djetetu ponaosob. Jedna od njih je da dijete, neovisno o kulturi kojoj pripada, uči u skladu s razvojnim potrebama (Došen Dobud, 1995) i već samim time nesvjesno otkriva matematičke pojmove, na način da predmete iz okoline postavlja u međuodnose. Druga je da dijete uči od

¹⁸Leavers (2006: 3) „uključenošću” definira kao stanje apsolutne posvećenosti određenoj aktivnosti ili problemu, koje obilježava intenziviranje perceptivnih i kognitivnih funkcija. Ona se javlja na svim razinama razvoja, ali ju djeca rane dobi lakše postižu, naročito u igri. Uključenost podrazumijeva postojanje intrinzične motivacije, osobnog zadovoljstva i tjelesnog osjećanja pozitivne energije koji su posljedica samog istraživačkog nagona, odnosno potrebe za boljim razumijevanjem svijeta. Prema Leavers (2006:4) nije riječ tek o subjektivnom doživljaju, već o konceptu mjerljivom Leuvenkom skalom uključenosti.

općeg prema pojedinačnom i od poznatog prema nepoznatom, iz čega proizlazi da isto načelo valja primjenjivati i kod institucionalnog odabira sadržaja učenja, u kontekstu matematičkih koncepata. Liebeck (1999) to objašnjava praktičnim primjerima: da bi dijete razumjelo pojam „dva“, mora se susresti s velikim brojem parova u neposrednom okruženju¹⁹ i apstrahirati što im je zajedničko. Razumijevanje pojma broja podrazumijeva razumijevanje pojmova „dva“, „tri“, itd., što je preduvjet zbrajanja, koncepta više razine matematičke hijerarhije apstrakcija (Liebeck, 1999: 4). Na taj način, učenje matematičkih koncepata asocira na penjanje hijerarhijskom ljestvicom, na čijem su dnu jednostavni koncepti na koje se nastavljaju kompleksniji.

Prema konstruktivističkim teorijama, čijoj praktičnoj implementaciji teže holistička, suvremena polazišta o dječjem razvoju, dijete gradi svoja znanja nadograđujući ranija iskustva. To čini na način da novo iskustvo tumači, a potom ugrađuje u postojeći koncept znanja, koji tom prilikom provjerava i reorganizira (Slunjski, 2008). U skladu s navedenim, usvajanje matematičkih koncepata treba se odvijati na način da dijete izgrađuje vlastito razumijevanje istih kroz konkretne predmete vlastitog okruženja te na temelju postojećih spoznaja (Marendić, 2009). Ono to čini kroz „otkrivanje“ kao rezultat istraživanja, što predstavlja način na koji dijete provodi analizu i dedukciju stvarnosti koja ga okružuje (Došen Dobud, 1995: 11). Pri tome, prilikom rješavanja problema dijete prolazi različite faze, a u svakoj od njih prisutni su matematički pojmovi, čak i kada je riječ o nenamjernom djelovanju. Prva faza je faza jednostavnog rukovanja predmetima, u kojoj dijete uočava odnose između sebe, vlastitih dijelova tijela i predmeta rukovanja:

*„Predmet treba dohvatiti, odložiti na veću ili manju udaljenost od tijela, uložiti više ili manje snage da se stisne, raširi, potrga, zgužva i sl. (...) Ta prva razina proizlazi iz **uspostavljanja odnosa između sebe, vlastita dijelova tijela i predmeta rukovanja**. Postavljanje predmeta u **međuodnose** implicira širi i raznovrsniji krug **problema** nastalih u relaciji djeteta prema više predmeta i među samim predmetima. Dječja interakcija s okolinom postaje tako sadržajnije u mogućnostima djelovanja, ali i u pojavi problema iz tog djelovanja onako kako će ih osjetiti dijete (...). Dijete će tako, npr. **ispunjavati** raspoloživi **prostor**, pokazujući i prije navršene treće godine težnju za **ekonomičnošću**. **Produžit će ili povisiti**, prema nekom svom zamišljanju*

¹⁹ Npr. par očiju, cipela, čarapa.

stvoreni niz ili će na neki drugi način strukturirati raspoloživi prostor, uspostavljajući što bolje kontrolu nad cjelinom i nad dijelovima tog prostora“ (Došen Dobud, 1995: 13)²⁰.

U drugoj fazi dijete djeluje predmetom na predmet, čime pokazuje tendenciju promišljanja unaprijed, odnosno ostvarivanja planiranog. U njoj dijete uočava problem i traži načine rješenja, koji su često prilika za razvoj kreativnosti mišljenja, a ponavljanje pojedinog rješenja učvršćuje postupke koji su procijenjeni kao ekonomični, od strane djeteta. To je faza kada dolazi do potrebe djeteta da zadrži kontrolu nad upoznatom stvarnošću, a nju ostvaruje grupiranjem, klasifikacijom, nizanjem i izdvajanjem. Ujedno, u toj fazi dijete postavlja predmete u odnos prema samom sebi, što rezultira češćim bavljenjem pitanjima „kako“ i „zašto“ kroz koje dijete stvara nove strukture, s ciljem otkrivanja uzročnosti (Došen Dobud, 1995: 13-14). Dodatno, prema teoriji sukonstruktivizma, dijete sve navedeno čini u suradnji s drugim osobama: odraslima i vršnjacima. U razmjeni ideja, što je osnova sukonstruktivizma, dolazi do kognitivnog konflikta koji potiče djecu na preispitivanje vlastitih predodžbi ili ideja, a to je neophodno za razvoj logičko-matematičke spoznaje (Marendić, 2009). Dodatno, takvo druženje s kompetentnijim vršnjakom omogućuje razvoj djetetovog mišljenja (Slunjski, 2008), što potvrđuje ranije spomenuta teorija zone proksimalnog razvoja.

Kognitivni razvoj djeteta utječe na razvoj semiotičkih naznaka, odnosno dolazi do prijenosa značenja u kojem se dječji svjetovi poduplavaju i nastaju stvarni i imaginarni (Došen Dobud, 1995). Prijenos značenja odvija se na različitim razinama²¹, a ovisno je o iskustvima koje dijete ima s predmetom čije značenje prenosi i predmetom na koji prenosi značenje (Došen Dobud, 1995: 15). Razvojem misli, razvija se složenost semiotičkih naznaka te se obogaćuje verbalnim govorom, gestama, onomatopejom. S intenzitetom djetetovog prijelaza na simbole, odnosno semiotičke naznake, raste i njegova mogućnost stvaranja i rješavanja problema (Došen Dobud, 1995: 16), što će određivati logičko-matematičke spoznaje. Simboli su važan dio matematike jer omogućuju kondenzaciju već spomenutih hijerarhijskih koncepata u oblik koji pojedinac može mentalno obraditi. To znači da će dijete, kada razvije složene semiotičke naznake, moći apstrahirati brojeve: primjerice razumjeti će broj 365 bez da tu količinu predmeta postavi ispred sebe jer će analizirajući uvidjeti da 5 predstavlja jedinice, 6 desetice, a 3 stotice (Liebeck, 1999).

²⁰ Podcrtala autorica rada.

²¹ Npr. jedna je razina kada grančica u parku zabodena u hrpu kamenčića predstavlja svjećicu, dok hrpa kamenčića predstavlja tortu: tada imaginarne predmete zamjenjuju stvarni predmeti, koji se transformiraju na mentalnom planu. Druga je razina kada mašta zamjenjuje nešto nepostojeće. Npr. u igri dijete zamišlja svjećicu na vrhu i otpuhuje, iako ne postoji grančica ili drugi predmet koji simbolizira svijeću.

Slunjski (2008) ističe kako proces učenja djece u vrtiću nije potrebno detaljno planirati unaprijed, već ga je potrebno razumjeti i podržavati, definiranog kao autentičnu kreaciju djeteta. Rano iskustvo učenja transferira se na sposobnosti rješavanja problema u kasnijoj dobi (Došen Dobud, 1995), zbog čega je važno osigurati temelje samostalnosti u procesu učenja. Temeljem navedenog, zaključuje se da su općenita znanja rješavanja problema te razvoj logičko-matematičkih spoznaja važni temelji budućih matematičkih iskustava. Stoga ih treba razvijati usporedno ovladavanju određenim matematičkim pojmom. Na tom tragu, za dugoročan razvoj logičko-matematičkih spoznaja, važan je i razvoj djetetove sposobnosti metakognicije, koja obuhvaća razumijevanje o procesima usvajanja znanja te procjenjivanje vlastitih mogućnosti (Marendić, 2009). Razvoju metakognicije u ranoj i predškolskoj dobi pogoduju svakodnevne aktivnosti koncipirane kao zadaci rješavanja problema, koji ujedno pogoduju motivaciji djeteta (Sargent, 2015). Zbog toga je važna podrška djetetu da uvidi put rješavanja nekog problema, osjeti uspjeh te osvijesti svoje jake strane (Slunjski, 2008).

4. KAKO DJECA FORMIRAJU MATEMATIČKE POJMOVE?

U prethodnim je poglavljima analizirana uzročno-posljedična povezanost dječjeg kognitivnog razvoja i prirode učenja s neophodnošću praktičnog i konkretnog iskustva u procesu razvoja matematičkih pojmova. Potvrđeno je da se njihovo uvođenje u svakodnevne aktivnosti djece treba odvijati kroz istovremeno poticanje logičko-matematičkog razvoja. U ovom poglavlju fokus nam je na povezanosti predmatematičkih vještina i matematičkih pojmova. Djeca matematičke pojmove formiraju svojim znanjima, iskustvima i misaonim operacijama koje prethode razumijevanju i učenju matematike, a koje dijele naziv predmatematičke vještine (Čudina-Obradović, 2008). Vlahović-Štetić (2010) ističe da djeca već u dobi oko 6 mjeseci pokazuju neke predmatematičke vještine: konkretno uočavanje jednakosti ili razlike u skupovima do 4 elementa²². Predmatematičke vještine u ranoj i predškolskoj dobi razvijaju se u svakodnevnim situacijama i igrama, dakle u nematematičkom okruženju, ne bi li dijete njima u potpunosti ovladalo tek u drugom razredu osnovne škole (Glasnović Gracin, 2022).

Liebeck (1999) razlikuje četiri osnovne aktivnosti temeljem kojih djeca rane i predškolske dobi razvijaju matematičke pojmove, a to su:

1. podudaranje
2. razvrstavanje
3. sparivanje
4. sređivanje

Djeca matematičke pojmove razvijaju na način da uočavaju i odabiru svojstva koja su zajednička konkretnom materijalu prisutnom u nizu osobnih iskustava. Primjer svojstava razumljivih ranoj i predškolskoj dobi su boja, oblik, materijal, tekstura, veličina, funkcija i sl. Kada se svojstva dvaju iskustava, odnosno materijala slažu, dolazi do podudaranja (Liebeck, 1999: 5). Da bi dijete uočilo podudaranje, primjenjuje vizualno uspoređivanje iz kojeg, kognitivnim razvojem, proizlazi predmatematička vještina uspoređivanja (Čudina Obradović, 2008). Uspoređivanje je pronalaženje odnosa između dvaju skupova (Glasnović Gracin, 2022). Primjerice, Ana rukolu naziva travom jer je definirala zelenu boju i lisnatu strukturu zajedničkim svojstvom trave i salate, a kada spozna što salata je²³, a što nije²⁴, formirati će pojam u konvencionalnom, opće prihvaćenom kontekstu (prema: Liebeck, 1999). Povezivanje

²² Autorica ističe da je taj zaključak izveden istraživanjima habituacije (duljina pažnje koju dijete pridaje nekim podražajima) – ukoliko je djetetu podražaj poznat, gleda ga kraće, a ako je nov dulje zadržava pozornost na njemu

²³ Jestiva biljka.

²⁴ Nije čovjeku nejestiva trava.

zelene boje rukole i zelene boje trave je podudaranje, prva aktivnost u formiranju pojma. Kada Ana spozna da salata nije čovjeku nejestiva trava, ali je jestiva biljka doći će do odbacivanja svojstva koje ne odgovara traženom kriteriju. Da bi odbacila travu, djevojčica će razvrstati ponuđene predmete u dva skupa. Tada će djevojčica na temelju podudarajućih svojstava zelene boje, lisnate strukture i jestivosti zaključiti da su puterica, rukola i endivija salate jer svaka od njih ispunjava zadane kriterije, za razliku od trave koja se ne jede. Travu će odbaciti. U tom će trenutku biti riječ o razvrstavanju, drugoj aktivnosti u formaciji pojma. Podudaranje je način kroz koji djeca odabiru iskustva postojećeg svojstva te odbacuju ona koja ga nemaju, a pogodan je za otkrivanje npr. pojmova „dugo“, „kratko“, „dugo kao“ i dr. (Liebeck, 1999: 6). Razvrstavanje je aktivnost razbijanja skupa u nove skupove podudarnih svojstava, koji je nešto kompleksniji od prethodne aktivnosti, stoga se odvaja nakon podudaranja. U njoj dijete sastavnice skupa razdvaja, da bi ih reorganiziralo prema zajedničkim svojstvima, što će biti važno kod razvoja vještine brojenja²⁵, u tekstualnim zadacima, složenim podacima, formiranju tablica te zadacima prepoznavanja nepoznanica (Glasnović Gracin, 2022). Sparivanje, treća aktivnost, koje odgovara načelu pridruživanja 1:1, temelj je brojenja i korisno je u ovladavanju pojmovima „više od“, „manje od“ i „jednako kao“ (Liebeck, 1999: 9). Ono se odnosi na povezivanje predmeta, pojmova ili pojava prema zajedničkim kriterijima. Sređivanjem dijete otkriva koncepte „prvi“, „sljedeći“, „zadnji“ i „između“, povezanih s upoznavanjem odnosa u prostoru.

Navedene aktivnosti su preduvjeti razvoja svih predmatematičkih vještina i razvoja svih matematičkih pojmova, a njihovu ulogu moguće je prikazati na slučaju brojenja. Naime, brojenje je jedna od najkompleksnijih matematičkih vještina (Liebeck, 1999). Ono podrazumijeva dosezanje određene razine kognitivnog razvoja u kojoj će dijete imati razvijenu simboličku reprezentaciju predmeta i sposobnost apstrahiranja, ovladati načelom konzervacije, kardinalnosti²⁶, pridruživanja 1:1 te moći apstraktno uspoređivati brojeve (Čudina Obradović, 2008; Liebeck, 1999: 15-16). Također, pojam broja u tom trenu mora biti razvijen do razine ovladavanja mehaničkim brojenjem, prepoznavanja brojeva i brojki, razumijevanja koncepta povezivanja broja i količine te razumijevanja načela prebrojivosti (Vlahović Štetić, 2010), uz koji se veže ovladavanje vizualnim grupiranjem predmeta²⁷ (Glasnović Gracin, 2022). Iz

²⁵ Kod brojenja dijete treba apstrahirati: maknuti sve nevažne elemente, što je upravo ono što čini razvrstavanjem (Glasnović Gracin, 2022).

²⁶ Načelo kardinalnosti se odnosi na razumijevanje da je posljednji prebrojani broj oznaka količine skupa. Ono se najčešće usvaja u dobi od četiri godine (Vlahović Štetić, 2010).

²⁷ Sposobnost trenutnog određivanja broja predmeta u skupu putem vizualnog zbližavanja, npr. uočavanja broja na kocki bez prebrojavanja točkica.

navedenog se zaključuje da predmatematičke vještine nisu strogo međusobno odijeljene, naprotiv one se preklapaju i nadopunjuju (Glasnović Gracin, 2022).

Liebeck (1999) objašnjava kako se aktivnosti podudaranja, razvrstavanja, sparivanja i sređivanja očituju, a primjerom je moguće uočiti i koje se predmatematičke vještine i razine pojma broja javljaju prilikom brojenja. Naime, da bi dijete izbrojalo crvene slatkiše u posudi punoj slatkiša različitih omota, ono mora:

1. uočiti podudarni kriteriji²⁸ u posudi kao skupu različitih elemenata
2. razvrstati slatkiše u dva skupa: skup crvene boje i skup slatkiša koji nisu crvene boje
3. provesti sređivanje nizanem kako bi osiguralo da niti jedan slatkiš crvene boje ne bi bio izostavljen ili izbrojen dva puta
4. izgovarati brojeve riječi prema konvencionalnom redu
5. spariti svaki crveni slatkiš s brojevnom riječi
6. povezati brojevu riječi koju je izgovorilo posljednju s količinom cijelog skupa
7. uočiti promjenu uloge izgovorenog broja: zadnja brojeva riječ više ne simbolizira pojedini predmet, već količinu cijelog skupa

Liebeck (1999: 12-13).

Priroda rada onemogućuje donošenja sustavnog pregleda razvoja svih matematičkih pojmova, a razvoj nekih pojmova već je djelomično prikazan poglavljem rada *Matematički pojmovi u ranoj i predškolskoj dobi* te Prilogom 1. Ipak, važno je naglasiti njihovu međusobnu prožetost i međuovisnost. Tek kao primjer, učenje brojenja najčešće započinje u trećoj godini života, iako dijete usvaja i koristi nazive brojeva i ranije, najčešće u drugoj godini (Vlahović-Štetić, 2010). Kada dijete nauči neke brojeve, potrebno je uvesti vježbe za razvoj predmatematičke vještine procjenjivanja jer će njena razvijenost biti značajna u budućnosti, kod procjene aritmetičkih rezultata računanja, iako dijete time u datom trenutku nije spremno ovladati (Glasnović Gracin, 2022). Također, primjer međuovisnosti matematičkih pojmova je brojka, simbol za bilježenje količine. Ona je apstraktan matematički pojam koji može biti shvaćen tek nakon ovladavanja povezivanjem broja i količine (Liebeck, 1999). Ovladavanje brojkom podrazumijeva s jedne strane prepoznavanje brojeva i brojki, dakle kognitivni razvoj i vizualnu percepciju, ali i njeno zapisivanje, dakle razvoj fine motorike šake (Liebeck, 1999: 18). Iako to nisu jedini kognitivni procesi koji prethode formiranju pojma broja²⁹, snažno sugeriraju na cjelovitost dječjeg razvoja i interferenciju područja djetetovog razvoja. Svi matematički pojmovi koji su prikazani u

²⁸ Misli se na crveni omot.

²⁹ To su još razumijevanje da brojke nose značenje i da brojke predstavljaju brojeve (Liebeck, 1999).

drugom poglavlju ovog rada, formiraju se isključivo na praktičnom iskustvu u kojem je dijete moglo vidjeti stvarnu reprezentaciju apstrakcije.

Ranije je istaknuto, a sada će biti pojašnjeno primjerom: matematički pojmovi formiraju se u strogom hijerarhijskom slijedu. To je primjenjivo u odnosu između matematičkih vještina i pojmova: primjerice da bi dijete tijekom školovanja moglo ovladati pisanim računanjem ono mora u predškolskoj dobi ovladati vještinom slijeđenja uputa u više koraka, prostornim odnosima na papiru ne bi li razumjelo gdje podvući crtu ili upisati broj te pojmom broja na svim dosad izdvojenim razinama (Glasnović Gracin, 2022). Također, hijerarhija je prisutna unutar jednog određenog matematičkog pojma: primjerice ovladavanje zbrajanjem ili oduzimanjem obuhvaća mogućnost povezivanja broja i brojke s količinom stvarnih predmeta, razumijevanje i korištenje simbola za plus i minus, razumijevanje i korištenje pojmova više i manje (Liebeck, 1999). Hijerarhijski razvoj pojmova rezultira načelima podučavanja ili učenja matematike na svim razinama odgoja i obrazovanja: od jednostavnog ka složenom, od poznatog ka nepoznatom, od konkretnog ka apstraktnog, od pojedinačnog prema općem (Glasnović Gracin, 2022).

Također, prethodno je poglavlje naglasilo važnost autorskog i autonomnog učenja djeteta, kao i razvoj metakognitivnih vještina, što je nužno primijeniti i u procesu formiranja pojedinog matematičkog pojma. Tek kao primjer, u predškolskoj dobi, djeca najčešće ovladaju zbrajanjem i oduzimanjem do 10, pri čemu se služe različitim strategijama: prebrojavanjem elemenata, nastavljanjem prebrojavanja na jedan od pribrojnika, rastavljanjem pribrojnika na jednake brojeve uz pribrajanje ostatka, dozivanjem informacija iz dugoročnog pamćenja, oduzimaju podizanjem prstiju koji simboliziraju umanjenu količinu uz spuštanje prstiju u količini umanjitelja, uz prebrojavanje ostatka, zatim istom operacijom, ali bez konkretnih objekata, naglas te korištenjem prstiju kao simbola umanjnika i umanjitelja, ali bez prebrojavanja prstiju na glas (Vlahović Štetić, 2010). Vidljivo je da je mogućnosti dolaska do rješenja izuzetno mnogo, stoga je važno potaknuti dijete na samostalnost u dolasku do rješenja jer ona povećava misaoni angažman, a time i doprinosi stabilnosti formiranog pojma. Formacija pojma je individualna, stoga nema univerzalnog pravila do koje razine dijete mora ovladati pojedinim pojmom do trenutka polaska u školu (Glasnović Gracin, 2022).

5. RAZVOJ MATEMATIČKIH POJMOVA NA VANJSKOM PROSTORU

Trećim poglavljem objašnjen je značaj interakcije djeteta s okolinom za učenje i kognitivni razvoj djeteta rane i predškolske dobi, na temelju čega suvremeni kurikulum određuje prostorno-materijalno okruženje vrtića temeljem kvalitete odgojno-obrazovnog procesa (Budisavljević, 2015). S obzirom da je područje matematike, prema NKRPOO (2014), snažno povezano s područjem prirodoslovlja, a ono uključuje otkrivanje zakonitosti svijeta društvene i prirodne okoline, vanjski prostor idealno je okruženje za razvoj upravo matematičkih kompetencija. Vanjski prostor omogućuje odgajatelju planiranje konkretnih iskustava u kontekstu koje će dijete naći svrhovitim, a koji će mu pomoći da razvije osnovno konceptualno razumijevanje područja matematike i prirodoslovlja (Sargent, 2015). Robertson (2017) ističe da svakodnevna aktivnost na vanjskom prostoru, poput penjanja na stablo, može doprinijeti razvoju matematičkog razmišljanja jer dijete treba:

- procijeniti hoće li grana biti dovoljno jaka da izdrži masu
- izmjeriti je li predebela da ju uhvati širinom ruke
- riješiti problem: koju granu je najbolje uzeti
- razvijati pojam prostornih odnosa prilikom kretanja: može li se popeti između grana, do vrha, itd.

Porast istraživanja o benefitima igara na vanjskom prostoru za razvoj djece rane i predškolske dobi odvio se posljedično porastu sjedilačkog načina života, kojeg uzrokuje, ali i slijedi, intenziviranje provođenja slobodnog vremena u zatvorenom prostoru (Katavić, 2019). Ne tako davno, kada je boravak djece na vanjskom prostoru bio društveno interpretiran kao obilježje djetinjstva, a ne kao razvojna potreba, istraživanja o benefitima boravka djece na vanjskom prostoru javljala su se u značajno manjoj mjeri.

„Unutar nekoliko desetljeća, način na koji djeca razumiju i doživljavaju prirodu radikalno se promijenio (...) Djeca su danas svjesna globalnih prijatni okolišu, ali njihov fizički kontakt i intimnost s prirodom blijedi. To je upravo suprotno od onoga kako je bilo kada sam ja bio dijete. Kao dječak, nisam bio svjestan da su moje šume ekološki povezane s drugim šumama. Nitko pedesetih nije govorio o kiselim kišama, rupama u ozonskom omotaču ili globalnom zagrijavanju. Ali, poznao sam svoje šume i svoja polja, znao sam svaki zavoj potoka i uron u utabanim zemljanim stazama. Lutao sam tom šumom i u snu. Dijete danas vjerojatno može

govoriti o amazonskoj kišnoj šumi, ali ne i o posljednjem putu kada je on ili ona istraživao šumu u samoći ili ležao u polju osluškujući vjetar i promatrajući kretanje oblaka.“³⁰ (Louv, 2008: 19).

S obzirom da su istraživanja boravka djece na vanjskom potaknuta porastom sjedilačkog načina života, njemu se najčešće pristupa iz povezanosti vanjskog prostora i kretanja djeteta. Prva su istraživanja spomenute tematike polazila od zdravstvenog djelovanja kretanja na razvoj pojedinca, stoga je danas, kao rezultat niza znanstvenih dokaza³¹, opće prihvaćena teza da boravak djece na vanjskom prostoru doprinosi tjelesnom, ali i psihološkom zdravlju djece. Igra djece na vanjskom prostoru povećava količinu kretanja, a ono potiče cirkulaciju, jača mišiće i kosti, utječe na porast okretnosti i gipkosti, pozitivno djeluje na tjelesnu masu, raspoloženje i prevenira različite bolesti (Pihač, 2011). Pored istaknutih dugoročnih benefita za zdravlje djeteta predškolske dobi, Lindsay (2010) ističe i prisutnost trenutnih dobrobiti na usporedbi slučajeva Norveške i Škotske. Tek kao primjer, u Norveškoj u kojoj je velik broj tzv. „*dječjih vrtića na vanjskom prostoru*“³² manji je postotak zaraze Escherichiom coli, no što je u Škotskoj koja ima zakonsku regulativu prema kojoj djeci nije dozvoljeno obavljati poslove vezane uz prehrambene namirnice (Lindsay, 2010: 26). Dakle, usporedbom je utvrđeno da je manja stopa zaraznih bolesti kod djece koja više borave na vanjskom prostoru, čak i kada su izloženi mogućoj zarazi bakterijom. Posljedično utvrđenim zdravstvenim dobrobitima, uobičajena praksa ustanova za rani i predškolski odgoj i obrazovanje je provođenje dijela dana na vanjskom prostoru, gotovo svakodnevno, iako ono nije izrijeком određeno zakonom³³. Unatoč tome, važno je razlikovati boravak djece na vanjskom prostoru, na temelju glavnih odrednica koje sugeriraju da nije svaki boravak djece na vanjskom prostoru, nužno optimalan za dječji razvoj i rast. Bilton (2010) razlikuje pojmove:

- Vrijeme boravka na vanjskom prostoru: unaprijed određeno razdoblje u danu kada djeca borave vani, u cilju slobodne igre. Obilježavaju ga minimalni nadzor i minimalna odgojno-obrazovna funkcija (aktivnosti se ne održavaju svakodnevno)

³⁰ Prijevod autorice rada.

³¹ Vidjeti, primjerice: Dizdarević, Krčmar, i Martinić (2015); Petrić (2019); Vujičić i Petrić (2021).

³² U Norveškoj, prema kurikulumu iz 1987. te nizu zakonskih odredbi i dokumenata, sve odgojno-obrazovne ustanove svoj rad prilagođavaju lokalnim uvjetima i potrebama, planirajući načine korištenja neposrednog okruženja u svrhu djetetovog učenja i razvoja lokalne zajednice. Zbog toga je danas u Norveškoj broj vrtića na poljoprivrednim gospodarstvima u porastu, a oni djeluju na način da visokoškolske institucije razvijaju programe koje provode vlasnici gospodarstava i odgajatelji, pri čemu je izvor dječjeg učenja upravo vanjski prostor seoskog imanja (Cohen, 2011).

³³ Naime, Državni pedagoški standard (MZO, 2008) definira vanjski prostor vrtića i određuje njegov sadržaj, ali ne i količinu minimalnog vremena provedenog izvan zatvorenog prostora.

- Učionica na vanjskom prostoru: vođene odgojno-obrazovne situacije u kojima djeca borave u vanjskom prostoru namijenjenom organizaciji aktivnosti učenja cijele skupine.
- Korištenje značajki vanjskog prostora: odgojno-obrazovne situacije u kojima djeca na vanjskom prostoru proširuju sadržaj učenja kojim su ovladali u unutarnjem prostoru, a s obzirom da je područje istraživanja karakteristično isključivo vanjskom prostoru.
- Izvanučionično učenje: plansko odvijanje učenja izvan ustanove, radi dobiti boravka vani.
- Boravak na zraku: svakodnevne aktivnosti koje se provode u određeno doba dana, kada se ne provodi odgojno-obrazovni rad, već se djeca samostalno igraju, uz minimalne intervencije odraslih (planirani boravak na zraku koji je u rasporedu)
- Vanjski prostor učenja: kombinacija učenja i podučavanja u kojoj je učenje planirano organizacijom poticaja i prostora, djeca kreiraju i vode aktivnosti učenja, a odgajatelj podržava i usmjerava njihovo istraživanje prema razvoju potrebnih kompetencija.

Navedenim se želi istaknuti da postoje značajne razlike između utjecaja boravka na vanjskom prostoru samog po sebi te boravka u organiziranim, svrhovitim i smislenim aktivnostima, kada se polazi iz pozicije učenja djeteta. S obzirom na navedeno, radom su analizirane aktivnosti koje odgovaraju prikazanom pojmu vanjskog prostora učenja. Istraživanja boravka djece na vanjskom prostoru isključivo iz zdravstvenog aspekta ustupila su mjesto istraživanjima povezanosti boravka na vanjskom prostoru i cjelokupnog djetetovog razvoja, dominacijom holističke paradigme u odgoju i obrazovanju. Svjesnost korisnosti boravka na vanjskom prostoru za učenje djeteta, potaknula je promišljanje mogućnosti korištenja tih benefita u edukativne svrhe, stoga će u nastavku rada, s obzirom na njegovu središnju temu, povezanost boravka na vanjskom prostoru i razvojnih domena biti prikazana iz perspektive područja učenja matematike.

5.1. Zašto istraživati matematičke pojmove na vanjskom prostoru?

Formiranje matematičkih pojmova određeno je kognitivnim razvojem djeteta, a boravak na vanjskom prostoru doprinosi povećanju koncentracije, olakšava usmjeravanje pažnje te pozitivno utječe na razvoj sposobnosti transformacije (Mårtensson, 2010). To su tek neke od psihičkih funkcija koje određuju proces obrade vanjske informacije (Sharma, 2001): put njihovog razvoja od konkretnog iskustva do pojma, opisan je u trećem poglavlju, zbog čega će u nastavku biti interpretiran način na koji vanjski prostor doprinosi tim psihičkim funkcijama. Vanjski prostor pozitivno utječe na količinu djetetova kretanja. Kretanje stimulira djetetov vestibularni sistem, odakle informacije za izvođenje pokreta putuju, u obliku signala, kroz

živčani snop do malog mozga koji modulira vestibularne jezgre, a koje aktiviraju retikularni aktivacijski sustav čija je pozicija u blizini gornjeg dijela moždanog debla, što u konačnici pozitivno utječe na povećanje pozornosti. Dodatno, pokret utječe na aktivaciju prefrontalnog korteksa i čeonih režnjeva koji se koriste i u procesima planiranja, rješavanja problema ili određivanja slijeda (Jensen, 2005). Igre djece na vanjskom prostoru karakterizira korištenje različitih simbola i neverbalnih iskaza, koje suigrači međusobno interpretiraju (Mårtensson, 2010). Navedeno omogućuje prakticiranje zamjene konkretnih pojmova simbolima, a u konačnici doprinosi sposobnosti mentalne transformacije. Vanjski prostor karakterizira viša razina kisika, u usporedbi sa zatvorenim prostorom, kao i prisutnost umirujućih zvukova prirode, što pozitivno utječe na emocionalno stanje pojedinca, omogućujući mu lakše ostvarivanje koncentracije (Bilton, 2010).

Put formacije pojma polazi od konkretnog, iskustvenog učenja. Vanjski prostor, obogaćuje djetetova iskustva stečena u zatvorenom prostoru: „*djeca postaju svjesna prostora, predmeta i prirodnih događaja oko sebe, učeći svim svojim osjetilima*“ (Martinović, 2015: 36). Navedeno potvrđuje primjer škole iz Portlanda, u Sjedinjenim Američkim Državama, u kojoj djeca istražuju rijeke, planine i šume u neposrednom okruženju. Naime, u Enviromental Middle School³⁴, nastavni plan i program temeljeni su na istraživanju neposrednog okoliša, uključujući aktivnosti pošumljavanja autohtonim vrstama, što djeci omogućuje proširenje postojećih spoznaja neposrednim iskustvom. Nacionalne evaluacije pokazuju da 96 posto učenika te škole postiže ili premašuje državne standarde u rješavanju matematičkih problema, dok usporedno, u tradicionalnim školama to čini 65 posto učenika (Louv, 2008). Ti rezultati su mjerljivi i vidljivi na formalnim razinama obrazovanja, a potvrđuju da kvalitetno i iskustveno učenje na vanjskom prostoru doprinosi logičko-matematičkom razvoju.

Neposredno iskustvo kojim dijete formira i razvija matematičke pojmove, podrazumijeva njihovo istraživanje kroz konkretne materijale, a svrhovito učenje je ono u kojem je dijete aktivno uključeno, posljedično osobnoj potrebi (Leavers, 2006). Konkretni materijali, kojima vanjski prostor obiluje osnažuju učenje djeteta rane i predškolske dobi (Ljubetić, 2009). Martinović (2015) prikazujući aktivnosti vrtičke skupine na vanjskom prostoru, ističe kako su djeca, penjući se na stablo, razlikovala odnose visoko-nisko, tanko-debelo i hrapavo-glatko, dakle istraživala su svojstva predmeta, kroz osjetilna iskustva³⁵. Pri tome, penjanje na drvo bilo

³⁴ U Sjedinjenim Američkim Državama, pojam „middle school“ odnosi se na učenike starosne dobi od 11-13 godina, odnosno riječ je o svojevrsnom ekvivalentu onoga što je u hrvatskom sustavu 6. – 8. razred osnovne škole.

³⁵ Na početku petog poglavlja naveden je primjer autorice Robertson (2017), kojim je prikazano kako penjanje na stablo dodatno može potaknuti razvoj matematičkog razmišljanja.

je djetetova osobna, a ne nametnuta potreba, a akcijsko djelovanje³⁶ na stablo podrazumijevalo je angažiranje svih djetetovih osjetila. Vanjski prostor je bogat stvarnim poticajima i materijalima, što doprinosi djetetovom osjećaju svrhovitosti, odnosno odgovara na prirodnu potrebu djeteta za istraživanjem, potaknutu željom za razumijevanjem okoline. Također, oni omogućuju djeci različita iskustva koja podupiru uopćavanje i zaključivanje o prirodi matematike (Vlahović Štetić i Vizek Vidović, 1998), a potvrđeno je da se razvoj pojma broja odvija istovremeno razvoju općih koncepata. Konkretni predmeti koji se dominantno javljaju u vanjskom prostoru su prirodni materijali: oni djeluju tako da pobuđuju interes djeteta (Došen Dobud, 1995), a javljaju se u različitim oblicima i veličinama (Mårtensson, 2010), što omogućuje, tek kao primjer, učenje o odnosima među objektima u igri skrivača. U takvoj igri, dijete prvo treba pronaći i procijeniti objekt koji je viši i širi od njega samoga, kako ne bi bilo uočljivo, a potom se sakriti **iza** njega. Prirodni materijali su vrlo raznoliki: prvenstveno gotovo da ne postoje dva potpuno ista, a dodatno njihova namjena nije unaprijed određena, što ih čini zahvalnima za korištenje, neovisno o stupnju kognitivnog razvoja. Također, vanjski prostor je bogat brojevima, čije su funkcije različite, a pojavnost prirodna, nenametnuta tek u svrhu dječjeg učenja. Naime, Sargent (2015) poziva odgajatelje da kreiraju okruženje bogato brojevima kako bi potaknuli prepoznavanje brojeva, a vanjski prostor obiluje njima: na tablicama automobila, jumbo plakatima, natpisima trgovina, prometnim znakovima ograničenja i dr. Također, vanjski prostor je bogat rasipnim materijalom: pijeskom, šljunkom, zemljom, kojima djeca mogu bilježiti brojeve ili količinu, u igrama visokog obrazovnog potencijala i visoke intrinzične motivacije

Boravak na vanjskom prostoru pozitivno utječe na raspoloženje djeteta (Bilton, 2010), što je značajno za trenutno učenje, ali i buduća iskustva s matematikom. Naime, matematika je jedan od najčešćih školskih predmeta koji kod učenika pobuđuje negativna emocionalna stanja, poput straha, nelagode, napetosti, bespomoćnosti, mentalne neorganiziranosti i anksioznosti, a kao takva je i društveno interpretirana³⁷ (Vidić, Smetko, i Maričić, 2020). Vanjski prostor osigurava djeci razvoj pozitivnih emocija jer se osjećaju prihvaćenima: u usporedbi sa zatvorenim prostorom, vanjski prostor omogućuje lakše uključivanje i mijenjanje tijekom igre djece (Mårtensson, 2010). To je značajno jer doprinosi usvajanju predmatematičkih pojmova u

³⁶ Koje je prema Bruneru preduvjet učenja u ranoj dobi (Marendić, 2009).

³⁷ Razlog tome je i poimanje matematike kao apstraktnog predmeta, no Liebeck (1999) drži da je takvo poimanje paradoksalno jer matematika ima veliku moć rješavanja praktičnih problema. Autorica (1999) drži da je i najkompleksnija matematika utemeljena na stvarnom svijetu, a i jednostavni pojmovi su apstraktni koncepti jer ih nije moguće razumjeti bez apstrahiranja.

ugodnom raspoloženju i kroz mogućnost sukonstruiranja znanja, o čemu je bilo riječi u prethodnom poglavlju. Prema sukonstruktivističkim teorijama, djeca vlastita znanja razvijaju u suradnji i interakciji s drugima: okolinom, vršnjacima i odraslima, a navedeno prikazuje da vanjski prostor olakšava razmjenu iskustava djece, čime i nadograđivanje vlastitih. Također, vanjski prostor omogućuje osjećaje izazova koje prati osjećaj uspješnosti (Martinović, 2015). Vidić i sur. (2020) su prikazom niza provedenih istraživanja potvrdile da matematika sama po sebi nije ključ negativnih emocionalnih stanja, već je riječ o posljedici načina poučavanja te (samo)procjene na početku školovanja. S obzirom na navedeno, pozitivni utjecaji vanjskog prostora na socio-emocionalan razvoj djeteta, mogu pozitivno utjecati na stavove prema matematici.

Posljednje, ali ne manje važno, vanjski prostor karakteriziraju veće slobode djece u odnosu na unutarnji. Stoga, djeca imaju veću mogućnost otkrivanja i primjene mnemotehnika u procesu učenja. Sargent (2015) daje dva primjera igara, u kojima se uočavaju značajne strategije pamćenja. Prva je igra u kojoj djeca broje do i odbrojavaju od 10. Njena svrha je da broj 10 izgovaraju glasno, vičući, dok nulu izgovaraju šaptom. Vokalno stupnjevanje pri izgovaranju djetetu sugerira na pomicanje brojevnim pravcem, što ne bi bilo moguće u zatvorenom prostoru, koji ne trpi viku skupine, naročito ako su u njemu prisutne druge vrtičke skupine. Drugi primjer autorice Sargent (2015) odnosi se na usvajanje brojeva nabranjem u konvencionalnom slijedu, što se najčešće odvija kroz pjesme i stihove. Vanjski prostor omogućuje djeci da to čine glasnije no što bi u unutrašnjem, a dodatno, nudi mogućnost povezivanja brojevnih riječi, melodije i pokreta, čime se pojam broja razvija metodom koja podupire dugoročno pamćenje: verbalno kroz unošenje rime i ritma te motorički. Pamćenje kombiniranjem više podražaja doprinosi otpornosti na zaboravljanje.

6. ULOGA ODGAJATELJA U RAZVOJU MATEMATIČKIH POJMOVA NA VANJSKOM PROSTORU

Svaka odgojno-obrazovna situacija sačinjena je od sadržaja učenja, djece koja uče i okruženja, u kojem se susreću dijete i sadržaj, a uspješnost povezivanja tih triju komponenti zajedno određuje uspješnost učenja (Bilton, 2010). Pod pretpostavkom da su sadržaj učenja matematički pojmovi, a da je način na koji djeca uče opisan u trećem poglavlju rada, u nastavku će više pozornosti biti posvećeno okruženju u kojem se susreću djeca i sadržaj. Vrtičko okruženje sačinjavaju njegove fizičke i socijalne dimenzije. Socijalno okruženje čine svi ljudski i stručni potencijali, a fizičko materijalni i prostorni potencijali (Budisavljević, 2015). Slijedom navedenog, organizacija odgojno-obrazovnog rada je način strukturiranja skupine i prostora u svrhu oblikovanja dječjeg učenja, a obuhvaća vremenske i prostorne odrednice, dakle sadržaj i kontekst učenja, koji prethode vođenju skupine i odnose se na djecu i odrasle (Bilton, 2010). Prostorna organizacija te vođenje skupine bit će pojašnjeni u nastavku poglavlja.

6.1. Prostorna organizacija

Učenje djece na vanjskom prostoru može se odvijati u vanjskom prostoru vrtića, ali i javnim prostorima. Javni prostori obogaćuju spoznajno-doživljajno iskustvo djeteta jer nadopunjuju iskustva dobivena različitim medijima i omogućuju preradu iskustava u neposrednom okruženju (Došen Dobud, 1995). U kontekstu matematičkih pojmova, on podupire razumijevanje uloge matematike u neposrednom životu, izvan institucionalnog okruženja (Robertson, 2017). U skladu s dječjim mogućnostima i zonama proksimalnog razvoja djece, odgajatelj će imati pregled dostupnih sadržaja i pažljivo odabirati mjesta posjeta, na temelju osobnog posrednog i neposrednog iskustva (Došen Dobud, 1995). Unatoč tome, neće značajno utjecati na prostornu organizaciju. S druge strane, očekuje se da organizacijom vrtićkog okruženja podupire učenje djeteta, u skladu prirodom dječjeg učenja. Suvremene pedagoške smjernice za organizaciju učenja djece rane i predškolske dobi, mnogo pozornosti posvećuju zatvorenom prostoru, ali znatno rjeđe vanjskom prostoru. Posljedično, često se smatra da organizaciji vanjskog prostora nije potrebno pridavati veliku pozornost, s obzirom na njegove jedinstvene karakteristike, koje su same po sebi poticajne³⁸. Ipak, organizacijom vanjskog prostora moguće je maksimizirati te jedinstvene karakteristike prostora (Sargent, 2015). Prilikom stvaranja plana za prostornu organizaciju vanjskog prostora vrtića, važno je uvažiti 10 vodećih načela za planiranje dječjeg učenja na vanjskom prostoru:

³⁸ Jedna od njih je multisenzoričnost (Slunjski, 2008), a tema je detaljnije prikazana prethodnim poglavljem.

1. Vanjski i unutarnji prostor trebaju biti kombinirani i zajedno činiti integrirano okruženje učenja.
2. Oba prostora trebaju djeci biti dostupna simultano.
3. Vanjski prostor traži planiranje, upravljanje, evaluaciju, poticanje i interakciju odraslih i djece, u jednakoj mjeri kao zatvoreni.
4. Vanjski prostor je okruženje učenja i podučavanja.
5. Dizajn vanjskog prostora traži pomno promišljanje.
6. Igra na vanjskom prostoru je prirodna potreba i središte dječjeg učenja.
7. Vanjski prostor pruža djeci mogućnost primjene efektivnih načina učenja.
8. Djeci su potrebni raznoliki materijali i različita okruženja.
9. Djeca trebaju imati mogućnost kontrolirati, mijenjati i modificirati vlastito okruženje.
10. Odgajatelji trebaju biti podržavajući prema igrama na vanjskom prostoru.

(Bilton, 2010).

Sargent (2015) drži da vanjski prostor nastavlja učenje koje je započelo u unutrašnjem prostoru, zbog čega je u njegovom planiranju važno imati na umu ciljeve učenja. Matematički bogato okruženje omogućiti će djeci slobodu igre, postavljanja pitanja i eksperimentiranja s idejama kroz koje će razvijati matematičke pojmove i razmišljanje (Robertson, 2017). Organizacijom prostora, odgajatelj šalje djeci poruku što se od njih očekuje te koja su ponašanja i aktivnosti poželjne, a s obzirom na različitost interesa djece, preporučuje se njegova podjela po centrima ili zonama (Bilton, 2010). Sargent (2015) predlaže da se u svrhu poticanja razvoja matematičkih pojmova koristi cjelokupni prostor, uključujući zidove, pod i druge nekonvencionalne elemente prostora. Ako je riječ o velikom prostoru, autorica predlaže dio namijeniti pokretnim matematičkim igrama, poput igara loptom kroz koje će se poticati usvajanje pojma broja te zadovoljiti potrebu za kretanjem. U istom kontekstu, predlaže i uvođenje okvira za penjanje kojim će djeca, krećući se, istraživati prostorne odnose i oblike jer djeca matematičke pojmove i vještine razvijaju kretanjem (Čudina Obradović, 2008). Također, poželjno je dio prostora namijeniti konstrukcijskim aktivnostima, primjerice građenju materijalom velikih proporcija, a dio igrama uloga koje će potaknuti korištenje matematičkih termina (Sargent, 2015). Podloga, asfaltirana ili zemljana, može biti podloga za bilježenje dječjeg razmišljanja kredom ili štapovima, a njen drugi dio namijenjen igrama poput brojevnice i školice. Također, predlaže se jedan dio prostora namijeniti istraživačkim aktivnostima s rasipnim materijalom koji će potaknuti mjerenje, poput vode ili pijeska (Sargent, 2015: 77). Osiguravanje zona učenja moguće je postići korištenjem funkcionalnih razdjelnika u malom prostoru. Sargent (2015: 77)

sugerira da se matematički pojmovi u malom prostoru nalaze na svim podlogama, kako bi se optimalno poticali: na zidovima kroz prikaze brojki, na drveću kao mobilni s različitim oblicima. Kod prostorne organizacije koja će poticati matematičke aktivnosti, važno je promišljati vertikalnu i horizontalnu orijentaciju prostora. To znači da bi djeca trebala vidjeti prostor iz svoje perspektive, kako bi mogla iskustveno ovladati prostornim odnosima, što se postiže radnim površinama različitih visina (Robertson, 2015). Nakon temeljne organizacije prostora, dobro je izraditi dijagram prostorne organizacije, koji će odgajatelj svakodnevno ispisivati planiranim aktivnostima i poticajima po zonama, a on će mu ujedno olakšati nadzor cijelog prostora te organizaciju logističkih detalja (Sargent, 2015). Poticajno i stimulirajuće okruženje za motivirajuće učenje matematičkih pojmova, osigurat će raznovrsni resursi učenja (Marendić, 2009).

6.2. Materijali i poticaji

Za razliku od prostorne organizacije vanjskog prostora, temi materijala i poticaja za razvoj matematičkih koncepata u ranoj dobi, stručna literatura pristupa s mnogo više pozornosti. Ranije je naglašen značaj manipulativnih i konkretnih materijala, a dodatno je potrebno promišljati i njihovu raznolikost. Raznolikost materijala omogućuje zadovoljavanje različitih interesa, ali i omogućavanje istraživanja matematičkih pojmova na različitim razinama (Marendić, 2009). Karakteristične materijale koji se nalaze u vanjskom prostoru moguće je podijeliti na:

- prirodne resurse poput štapova i kamenja
- umjetne materijale poput kućnog otpada
- materijale pronađeni na mjestu: pijesak, voda, snijeg, blato, šljunak, biljke
- slučajno pronađene predmete

(Robertson, 2017).

Što su poticaji raznolikiji to će iskustva djece biti bogatija. Raznoliki materijali omogućuju aktivnosti kojima će djeca samostalno odrediti tijek i dati značenje, npr. kartonska rola može predstavljati teleskop, a to je važno jer se mogu koristiti neovisno o razini kognitivnog razvoja i jer traži višu razinu angažiranog sudjelovanja djeteta, odnosno njegovo preuzimanje kompleksnije uloge (Bilten, 2010). Dodatno, oni pomažu djeci uvidjeti da je matematika sveprisutna u prirodi (Robertson, 2017). Nadalje, Marendić (2009) ističe značaj slikovnih i grafičkih materijala kod usvajanja matematičkih pojmova, jer je riječ o simbolima i znakovima koji predstavljaju kvantitativne odnose i relacije. Robertson (2017), polazeći od implementacije

matematike u vanjskom prostoru, potvrđuje navedeno, ističući da ga je potrebno obogatiti specifičnim matematičkim poticajima:

- lutkama izrađenima od štapova, češera i drugih prirodnih materijala koji će potaknuti komunikaciju uz korištenje matematičkih termina
- brojevima od različitog materijala: ogledala, drveta, oslikanih na kamenčićima ili pločicama
- karticama različitih boja s prikazom brojki, koje će svojom atraktivnošću potaknuti raznovrsne igre
- brojevnim linijama za obogaćivanje igara, u svrhu poticanja uočavanja redoslijeda brojeva, nizanja i sl.
- katalozima, kalendarima i drugim tiskovinama s matematičkim zapisima
- fiksnim rasporedima redaka i stupaca koji mogu pomoći u aktivnostima nizanja, uviđanju načela konzervacije, brojenja u skupinama i sl.
- ceradama i plahtama s tablicama za sortiranje različitih predmeta
- štapićima različitih duljina (1m, 90 cm, 80 cm, itd., do 5 cm) koji se mogu koristiti za mjerenje, slaganje po duljini i srodne aktivnosti
- užem različitih duljina za mjerenje neravnih linija
- pješčanim satom, štopericama, satovima
- kolekcijom standardnih i nestandardnih geometrijskih likova
- opremom za tjelesni odgoj koja omogućuje istraživanje uzoraka, oblika, prostornih odnosa i položaja u prostoru
- nestandardnim alatom za mjerenje poput žlica, lopatica, posuda, grabilica, crijeva, cijevi, užadi, konopa, zavoja, traka i sl.
- predmetima koji će pomoći u baratanju rasipnim materijalom poput lijevaka, kanti, čajnika, žlica
- standardnim spremnicima za tekućinu različitih veličina
- materijalima s brojevnim oznakama poput mjernih posuda, šprica

Učenje djeteta moguće je poduprijeti i različitim materijalom kojim će dijete moći dokumentirati proces svog učenja, poput papira i olovke (Slunjski, 2008). U vanjskom prostoru, dobro je omogućiti i dodatne, ekološki pogodne materijale, poput kreda u blizini asfaltirane podloge ili štapova za pisanje u pijesku. Što je više poticaja i materijala, to su raznolikije matematičke diskusije djece (Robertson, 2017). Važno je napomenuti da svakom učenju

prethodi osjećaj sigurnosti u okruženju, a ono uvijek znači prvotno istraživanje materijala: učenju djece prethodit će njihovo upoznavanje ponuđenih resursa (Bilton, 2010). Ipak, i jedan jedini materijal ili poticaj može biti dovoljan u razvoju matematičkih pojmova. Slučajno pronađen sanduk može poslužiti djeci kao poticaj za traženje brojeva, njihovo prepoznavanje, davanje pretpostavki zašto su ondje, razmjenu mišljenja o važnosti poretka znamenki u broju. Također, za traženje predmeta podudarne veličine, građenje najvišeg tornja od ponuđenih sanduka, mjerenje visine i brojne druge aktivnosti (Robertson, 2017).

6.3. Vođenje skupine: metodičke smjernice

Autonomija djeteta određena je prostornom organizacijom, ali i odgajateljevim vođenjem skupine (Bilton, 2010). Suvremena pedagogija posvećuje posebnu pozornost aktivnostima iniciranim od strane djeteta, no one se često poistovjećuju s potpunim prepuštanjem vođenja djeci, a kao rezultat javlja se ignoriranje djetetovog učenja i pogrešna interpretacija uloge odgajatelja. U ranijim poglavljima objašnjeno je postojanje hijerarhijske strukture matematičkih pojmova kao preduvjeta njihovog razvoja. Uloga odgajatelja je pratiti i potaknuti učenje djeteta. Stoga se odgajatelj u području matematike mora educirati uvijek i permanentno (Glasnović Gracin, 2022), kako bi osigurao djetetov napredak u logičko-matematičkom razmišljanju i razvoju pojmova prema strukturiranoj hijerarhiji, ali ne i narušio samostalnost djeteta. Aktivnosti koje dijete inicira, a koje potiču vještine kojima je već ovladalo ili znanja koja je usvojilo, nisu nužno aktivnosti učenja (Bilton, 2010). Učenje u samoiniciranim aktivnostima je uvažavanje djetetovog interesa područja učenja i istraživanja, ali u već spomenutoj zoni proksimalnog razvoja (Bilton, 2010: 40). Kao primjer, moguće je istaknuti dječje skakanje u lokve koje samo po sebi nije aktivnost učenja, iako je interes djeteta. Ipak, takva aktivnost može postati učenje ako odgajatelj potakne djecu na korištenje rekvizita kojim će izmjeriti dubinu lokve, nacrtati brojevnju skalu na pozadini čizama kako bi zajednički izmjerili dubinu ili potakne djecu na istraživanje je li ta lokva najdublja u okolini (Robertson, 2017). Takvo učenje djeteta je značajno jer podupire njegovu unutarnju motivaciju, potiče misaoni proces i informirano biranje opcija kod donošenja odluke te samokontrolu i samosvijest, a dugoročno i samoinicijativnost (Bilton, 2010). Stoga je uloga odgajatelja pažljivo planirati razvoj matematičkih pojmova, na trenutnom djetetovom razumijevanju koji se uočava u istinskom kontekstu (Robertson, 2017) te na interesu djeteta. Pritom, nužno je uvažavati načelo postupnosti (Marendić, 2009). Liebeck (1999) donosi prikaz metodičkog puta razvoja matematičkih pojmova u djece rane i predškolske dobi kroz akronim IGSZ, koji je razvijen na temelju teorija kognitivnog razvoja djece, prikazanih u poglavlju *Povezanost kognitivnog*

razvoja djeteta i razvoja matematičkih pojmova, ovog rada. Akronim IGSZ sastavljen je od riječi: iskustvo, govorni jezik, slike te znakovi. Dijete matematički pojam gradi na konkretnom predmetu i iskustvu dobivenom kroz baratanje njime (Marendić, 2009). Liebeck (1999) navodi primjer lopte koju dijete prvo istražuje osjetilima: gleda ju, dodiruje, sluša, stavlja u usta, ispušta, kotrlja. To je preduvjet izgradnje matematičkih koncepata na mentalnom planu, u čemu pomažu simboličke strukture i to u redosljedu: govor – slike – znakovi (Marendić, 2009). Govorom dijete opisuje konkretno iskustvo (Liebeck, 1999), a Markovac (2001) ga vidi kao odmak od konkretizacije. Na primjeru spomenute lopte, dijete povezuje riječ s igračkom kao konkretnim predmetom, prvo na način da uviđa da izgovaranje riječi rezultira time da mu ju druga osoba doda. Nakon toga povezuje riječ sa svim drugim predmetima koji imaju ista svojstva, a s kojima se do tada susrelo (Liebeck, 1999). Nakon govora dijete prepoznaje loptu na slici i uviđa da postoje razlike između nje i stvarnog predmeta: slika se ne kotrlja, osjet dodira je različit, ali ipak imaju mnogo zajedničkih svojstava. Do generalizacije dolazi pismenim znakovima: brojkom ili pisanom riječi. Dijete razumije da pisana riječ ili brojka kao simbol predstavljaju zvuk izgovorene riječi, iako simbol i predmet nemaju zajednička svojstva (Liebeck, 1999: 5).

Dodatno, a možda i temeljno, imajući na umu dječje učenje i kognitivni razvoj, jedna od temeljnih smjernica za uvođenje matematičkih pojmova u ranom i predškolskom razdoblju je korištenje matematike u kontekstu, odnosno uvažavanje djetetovih iskustava stečenih u stvarnim životnim situacijama prilikom izbora sadržaja (Marendić, 2009). Na takvo polazište, nastavlja se preporuka za korištenjem konkretnih materijala. Zbog toga, kod aktivnosti djece na vanjskom prostoru, biti će važno omogućiti djeci da mijenjaju i prilagođavaju predmete u okruženju (Bilton, 2010). Kod implementacije takvog načina usvajanja pojmova, odgajatelj treba poticati djecu na uočavanje i povezivanje uzročno-posljedičnih veza u svim svakodnevnim odnosima i predmetima jer se time stvaraju višestruke veze koje se pretvaraju u logičko znanje (Marendić, 2009). Glasnović Gracin (2022) daje primjer pospremanja materijala na predviđena mjesta po završetku aktivnosti, prilikom čega dijete provodi aktivnost razvrstavanja, kao jednu od aktivnosti koje integriraju matematičko razmišljanje u svakodnevni život djeteta. Integracija dječjeg svakodnevnog okruženja s institucijskim sadržajima, kao i integracija područja učenja u ponuđenim aktivnostima osigurava prirodno učenje djeteta, kroz koje ono uviđa svrhovitost ne samo provedenih aktivnosti, već i matematičkog područja u životu čovjeka (Marendić, 2009).

Istraživanjima dječjih postignuća u matematičkom području, potvrđeno je da odgajatelj u implementaciji matematičkih područja i razvoju matematičkih vještina, treba uvažiti i opće prihvaćene smjernice rada s djecom rane i predškolske dobi, među kojima su najznačajnije:

- podržati konstruktivističko učenje kroz nadogradnju neformalnih matematičkih spoznaja
- potaknuti i podržati inicijativu djeteta u rješavanju problema, uključujući smišljanje vlastitih strategija
- osigurati ozračje u kojem djeca raspravljaju o mogućim načinima rješavanja problema, kojom bogate matematičke spoznaje
- kreirati situacije u kojima se javlja kognitivni konflikt, umjesto nuđenja rješenja problema
- poticati učenje matematičkih pojmova u vršnjačkoj interakciji jer se njome omogućuje razmjena strategija

(Vlahović Štetić, 2010)

Dodatno, Marendić (2009) ističe važnost neispravljanja pogrešnih odgovora djeteta kao značajnu metodičku uputu za uvođenje matematičkih pojmova u ranoj i predškolskoj dobi. Odgajatelj se treba sjetiti da podučavanje nije nadzor (Bilton, 2010), a korigiranjem djeteta, ono prima poruku da je odrasla osoba jedini izvor spoznaja i iskustava. Suprotno tome, samostalnost i neovisnost djeteta u djelovanju i u razmišljanju, potiču se u već spomenutom suradničkom učenju (Marendić, 2009). Suradničko učenje doprinosi i izgradnji kvalitetnog socijalnog okruženja koje uključuje odnose među svim subjektima odgojno-obrazovnog procesa, osjećaju sigurnosti, što olakšava učenje djece, ali i logičkom rezoniranju kao temelju matematičkih pojmova (Marendić, 2009: 140). Socijalno okruženje ujedno je prostor govorno-jezičnog razvoja djeteta, koji se nužno odvija u interakciji s drugim osobama. Osim prethodno spomenutog praktičnog iskustva dobivenog baratanjem predmeta, djetetu će za razvoj matematičkih pojmova biti potreban i odgovarajući vokabular kojim će izraziti opažena svojstva (Liebeck, 1999). Zbog toga je važno da odgajatelj prilikom uključivanja u aktivnosti djece, uz konkretno iskustvo, koristi i odgovarajući govorni iskaz, ali i da iskazi budu djetetu razumljivi³⁹. S obzirom na to, važno je da odgajatelj i sam poznaje matematičke termine i pravilno ih koristi. Robertson (2017) daje primjere nekih termina poput: kardinalnih, ordinalnih

³⁹ Liebeck (1999: 6) daje primjer: *'Ovo je dugačak štap'* (pokazujući prstom). *'Pokušat ću pronaći jedan dugačak poput ovog.'* Stavljajući kontrast: *'Ne, ovaj štap nije iste duljine.'* Prikazujući podudaranje: *'Da, ovaj štap je dug poput mog štapa.'* (Prijevod autorice završnog rada).

i nominalnih brojeva ili razlike mase i težine, upozoravajući kako neki matematički pojmovi u svakodnevnom životu nisu nužno ispravno korišteni, iz perspektive matematičke struke.

S obzirom da je usvajanje matematičkih pojmova određeno njihovom prirodom i metodičkim oblikovanjem, prirodom dječjeg razvoja i načinima dječjeg učenja, dokumentiranje i praćenje dječjih aktivnosti temelj je procjene razine razvijenosti pojedinog matematičkog pojma kod djeteta, a time i daljnjeg planiranja obrazovnog rada (Marendić, 2009). Opserviranje djece odnosi se na promatranje i slušanje dječje igre i aktivnosti, bilježenje razgovora s djecom te djece međusobno, uspoređivanje ili kombiniranje aktivnosti koje se provode u unutrašnjem i vanjskom prostoru te diskusiju s drugim odgajateljima, stručnjacima i roditeljima na temelju fotografija, videa i drugih oblika dokumentiranja. Robertson (2017) daje primjer dokumentiranja i opserviranja djeteta koje stvara uzorak nižući predmete, postavljanjem pitanja: kako dijete objašnjava stvaranje uzoraka, koju ideju ima, koji su matematički pojmovi i predmatematičke vještine uključeni u tu aktivnost, što bi motiviralo dijete da proširi ono što radi. Sargent (2015) dodatno predlaže stvaranje opservacijske liste koja će bilježiti:

- Jesu li djeca sposobna objasniti što čine, koristeći matematički jezik?
- Koriste li i isprobavaju li različite metode u rješavanju problema?
- Koriste li strategije računanja?
- Opservacije o dječjem poznavanju broja?
- Jesu li angažirani u bilježenju količine ili zapisivanju broja?

Smjernice prikazane listom mogu biti prilagođene potrebama pojedine odgojno-obrazovne prakse. Ipak, temelj cjelokupnog praktičnog djelovanja odgajatelja treba biti aktivno pokazivanje entuzijazma prema matematici kroz oblikovanje zabavnih matematičkih aktivnosti, korištenje različitih resursa i matematičkog jezika jer se na taj način prenosi ljubav prema brojevima (Robertson, 2017).

7. PRIMJERI PRAKTIČNIH AKTIVNOSTI ZA RAZVOJ MATEMATIČKIH POJMOVA NA VANJSKOM PROSTORU

U svrhu prikaza aktivnosti koje se mogu koristiti za približavanje matematičkih pojmova djetetu rane i predškolske dobi na vanjskom prostoru vrtićkog konteksta, provela sam istraživanje u DV Radost iz Crikvenice. Prilikom organizacije i provedbe aktivnosti s djecom poštivane su vrijednosti i načela etičkog kodeksa istraživanja s djecom. Prije provođenja aktivnosti s djecom, obavješteni su roditelji djece te su prikupljene njihove suglasnosti za korištenje fotografija i video snimaka (Prilog23.) u svrhu izrade završnog rada.

Aktivnosti za razvoj matematičkih pojmova na vanjskom prostoru provedene su u razdoblju od 2. do 4. svibnja 2022. u mješovitoj odgojno-obrazovnoj skupini, koju polaze djeca u dobi od 4 godine do polaska u školu. Cilj istraživanja bio je utvrditi jesu li djeca motivirana za izvođenje matematičkih aktivnosti na vanjskom prostoru, analizirati postignuća djece u specifičnim matematičkim aktivnostima i utvrditi prikladnost okruženja s obzirom na specifične ciljeve koji se odnose na razvoj matematičkih pojmova. Na temelju dostupne stručne i znanstvene literature te opservacije znanja i iskustava djece iz skupine, aktivnosti sam osmislila samostalno. Pri tom, cilj je bio dati primjere aktivnosti na vanjskom prostoru kako bi se djeci pomoglo da postanu samopouzdana i vješta u razmišljanju, korištenju i istraživanju početnih matematičkih koncepata broja, brojevnih operacija te geometrijskih oblika i tijela.

7.1. Pojam broja, brojenje

Prvi skup aktivnosti odnosio se na razvoj pojma broja, prikazanog poglavljem 2.1. ovog rada. Aktivnosti su provedene 2. svibnja 2022., a započele su u vrtićkom dvorištu. Pri tome je važno naglasiti da je na razvoju pojma broja s djecom rađeno kontinuirano kroz pedagošku godinu, stoga su aktivnosti na vanjskom prostoru nastavak i integracija učenja započetog u unutrašnjem prostoru. Po izlasku na vanjski prostor, na poticaj odgajatelja, djeca su kredom zapisala brojke od 1 do 10 na gornjoj plohi niskog zida visine oko 50 cm koji se nalazi u vrtićkom dvorištu. Nakon bilježenja brojki, potaknula sam ih na traženje prirodnih materijala u vrtićkom dvorištu. Kada su prikupili željenu količinu materijala, raspoređivali ih na brojke zapisane u prethodnom koraku na zidu na način da količina predmeta odgovara brojevnom zapisu. Po uočavanju pada interesa djece, potaknula sam igru u kojoj je svakom djetetu verbalno dodijeljen broj od 1 do 10. Na znak odgajateljice, djeca su se morala jedan po jedan poredati u brojevu liniju po dodijeljenom broju. Djeci je ova aktivnost bila kognitivno jako zahtjevna. Nisu se znala

razvrstati, ali su shvaćala da su „mali“ brojevi na početku (kada je nečega malo to znači do 3), a kada je nečega puno (npr. 10) to je na kraju reda. Najteže im je bilo razvrstati brojeve u sredini brojevnog pravca. U nastavku aktivnosti, djeca su hodala po prethodno zapisanim brojkama. Kada bi dijete stalo na određenu brojku, trebalo je skočiti na mjestu onoliko puta koliko znamenka prikazuje. Pri tom su se djeca trebala fokusirati i na održavanje ravnoteže s obzirom da je s jedne strane postojala mogućnost od pada na šljunak. Po završetku aktivnosti u prostoru vrtićkog dvorišta, odgajatelj i djeca otišli su do obližnje plaže, gdje su ponovno zajedno zapisali brojeve od 1 do 5 na asfaltiranom prilazu plaži. Prvi zadatak na plaži bio je prikupiti različite predmete iz prirode, pri čemu su djeca trebala sama odlučiti što bi mogla skupljati (neki su skupljali grančice, drugi kamenčiće, treći šišarke...). Drugi dio zadatka bio je od prikupljenih predmeta kreirati skupove od 1 do 5 elemenata te ih pridružiti broji zapisanoj kredom (npr. jedan kamen, dvije šišarke...). Tijekom provođenja aktivnosti, jedan dječak se dosjetio da bi i djeca mogla biti elementi skupa brojeva, što je bila zadnja aktivnost za razvoj pojma broja. Dječak je bio vrlo motiviran od početka provođenja aktivnosti, vrlo je bistro dijete. U toj aktivnosti vrlo se zorno prikazala veza između naziva broja i količine. Sa svakim slijedećim brojem bilo je potrebno više djece da stanu u krug. U prvoj aktivnosti sam upotrebljavala brojeve od 1 do 10, ali sam primijetila da djeca ne vladaju načelom ordinalnosti brojeva do 10 i da im je malo preteška aktivnost i gubila su motivaciju za daljnji tijek aktivnosti. Znači da se djeca nisu mogla poredati točnim redoslijedom kako idu brojevi, koji je broj prije/poslije. Zato sam u drugoj aktivnosti upotrebljavala brojeve do 5.

Analiza i evaluacija aktivnosti:

Benefiti mješovite skupine očitovali su se već u inicijalnoj aktivnosti zapisivanja brojki. Bilježenje broja je značajno u poticanju logičko-matematičkog mišljenja jer omogućuje djeci da materijaliziraju svoja razmišljanja, a vanjski prostor pruža priliku za uvježbavanje formacije brojke prije stjecanja kontrole fine motorike ruku za bilježenje na papiru (Sargent, 2015). Djeca su prirodno surađivala, bez nužnih poticaja odraslih, na način da su starija djeca⁴⁰ asistirala ili pomagala mlađoj, u njenom provođenju. Kreda, kao materijal i zid, kao podloga potaknuli su velik interes, što je rezultiralo visokom motivacijom za sudjelovanjem, iz koje je proizašla prilika za učenje. Posljedično, suradničko učenje omogućilo je djeci da uvide brojku u okruženju i prepoznaju ju, jer su ju starija djeca i odgajatelj imenovali prilikom pisanja. Također, mogli su uvidjeti da je brojka grafički simbol koji može imati različit broj znamenki

⁴⁰ Pri tome se misli na one koji su ovladali zapisivanjem brojki.

te da brojke izgledaju različito, podložno rukopisu. U nastavku aktivnosti, djeca su otkrivala značenje brojke, odnosno koju količinu predmeta pojedina brojka prikazuje, a u konačnici oponašala pokrete te reproducirala linije starije djece, korištene u svrhu zapisivanja broja, a kao početak uporabe oznaka za količinu. Aktivnost se nastavila prikupljanjem prirodnih materijala. Činjenica da su materijali bili neposredno nađeni u prirodi, omogućilo je istraživanje istih dodirrom i mirisom. U tom je segmentu uključivanje odgajatelja u aktivnost, pozivom na identificiranje karakteristika oblika, omogućilo i razvoj pojma oblika, kao i poticanje logičko-matematičkog mišljenja uopće. Da bi djeca mogla samostalno rasporediti količinu prikupljenih materijala na predviđena mjesta, bilo je potrebno da prepoznaju brojke od 1 do 10, razumiju brojke kao oznaku količine i kao oznaku broja. U prilogu 2. moguće je uočiti kako je djevojčica stavila četiri kamenčića na znamenku 4. Pri tome je pokazala ovladanost korespondencijom 1:1, što je iskazala verbalnim iskazom. U aktivnost su ponovno bila uključena sva djeca iz skupine, što je moguće prepisati kretanju i elementu potrage, što je aktivnost učinilo dinamičnom. Prilog 3. sugerira da je elementom potrage za materijalom u ovoj aktivnosti, nastojano odgovoriti na motoričke potrebe djece za prirodnim oblicima kretanja: hodanjem, trčanjem, saskocima, kao oblicima potpore usvajanja novih pojmova. Sloboda kretanja i umirujući prirodni materijali osigurali su koncentraciju djece jer su djeca s većom lakoćom uspijevala usmjeravati pozornost.

U nastavku aktivnosti djeci su verbalno dodijeljeni brojevi, čime se nastojalo potaknuti usmjeravanje i zadržavanje pažnje na uputu. Velik interes djece izazvala je činjenica da se aktivnost odvijala na zidiću: djeca su pokazivala uzbuđenje potaknuto potrebom mimoilaženja na suženoj površini. Ometajući faktor mimoilaženja, utjecao je na dodatno ulaganje truda djece u usmjeravanje pažnje prilikom pamćenja broja. Fizičko kretanje djece, također je korišteno kao jedna od mnemotehničkih strategija u pamćenju jer broj nije bio tek apstraktan pojam, već pojam prikazan tijelom prijatelja. Djeca su tako poticana na uočavanje načela ordinalnosti i kreativnost u stvaranju brojevnih linija. Kada je pao interes, djeca su hodala po prethodno zapisanim brojkama, što je prikazano Prilogom 4. Elementom skakanja na mjestu u količini koju prikazuje znamenka, nastojalo se potaknuti djecu na uočavanje da se prebrojati može i ono što je nedodirljivo, kao što je pokret. Suradničko učenje utjecalo je na činjenicu da su mlađa djeca ponavljala brojevnih riječi za starijom. Prilog 5 svjedoči još jednom obliku suradničkog učenja, koje se odvijalo tijekom njenog provođenja. Naime, starija djevojčica s početka reda uspješno je rješavala zadatak, povezujući broj skokova s brojkom koja je prikazana. Mlađa djeca koja nisu ovladala ili brojenjem, ili prepoznavanjem brojke, ponavljala su njezine pokrete,

izgovarajući brojeve na glas, čime su usvajala načelo 1:1. Značajno je i da su djeca mogla izmjenjivati aktivnosti slobodnim odabirom, stoga je dinamiku skupine moguće okarakterizirati kao radnu jer su djeca kontinuirano izmjenjivala aktivnosti. To je omogućilo i različitu dinamiku sudjelovanja i doprinijelo mogućnosti individualizacije u poticanju razvoja matematičkih pojmova.

Promjena mjesta odvijanja aktivnosti, zamjenom vrtićkog okruženja javnim prostorom plaže, omogućila je djeci proširenje novih iskustava. Po dolasku, djeca su zapisala brojke od 1 do 5 (Prilog 6.), a potom prikupljala različite predmete iz prirode (Prilog 7.). Temeljna razlika u odnosu na prethodnu aktivnost, proizlazi iz bogatstva prirodnog materijala koji su djeca mogla pronaći na plaži. Njime su djeca istraživala svim osjetilima (Prilog 8.), a dječje učenje obogaćeno je zadatkom razvrstavanja prema bitnom kriteriju. S obzirom da je prilikom provođenja aktivnosti nastojano podržati interes djece, dio djece je prikupljeni materijal odložio na hrpu, a potom izdvajao prema zajedničkoj karakteristici. Drugi dio djece je odmah materijale organizirao u skupine prema bitnom kriteriju, a potom izdvajao količinu elemenata skupa koji odgovara određenoj brojci: npr, jedan kamen, dvije grančice, tri školjke, itd. (Prilog 9).

Odgajatelji su u svim aktivnostima preuzeli ulogu sudionika igre, pri čemu podržavali dječju samostalnost, uz poticaj na dovršenje započetog te na uviđanje važnih elemenata zadataka. Tijekom provođenja posljednje aktivnosti, jedan dječak se dosjetio da bi i djecu mogli povezivati s brojkama, iz čega je proizašla nova igra, u koju su se rado uključila sva djeca, što sugerira i na visoku uključenost djece, kao pokazatelj stvarnog odvijanja učenja (Prilog 10). Time se potiče kreativnost, što je značajno jer razbija predrasude prema matematici.

7.2. Oblici

3. svibnja 2022. proveden je drugi skup aktivnosti, čija je svrha bila razvoj geometrijskih pojmova, prikazanih u poglavlju 2.3. ovog rada. Aktivnosti su se odvijale u prostoru vrtićkog dvorišta. Na početku aktivnosti djeca su odabirala prirodne materijale prema bitnom obilježju koje su samostalno odredila. Po provođenju razvrstavanja dostupnih prirodnih materijala, stvarala su različite oblike od kamenčića, grana, češera i travki. Odgajateljice su poticale djecu na imenovanje oblika. Po završetku prve aktivnosti, djeca su tražila predmete iz prirode koji imaju karakteristike nekog geometrijskog oblika i umetala ih u kredom označene prostore. Po završetku druge aktivnosti, suradničkim su učenjem promatrali okolinu te uočavali oblike u različitim predmetima.

Analiza i evaluacija aktivnosti:

Cilj aktivnosti bio je potaknuti djecu na imenovanje oblika, identifikaciju dvodimenzionalnosti i trodimenzionalnosti oblika, opisivanje oblika u prostoru te korištenje termina ravno i okruglo. U početku aktivnosti, djeca su potaknuta na prikupljanje određenih prirodnih materijala prema kriteriju koji samostalno odaberu. Navedeno iskustvo omogućilo je djeci puno novih doživljaja, a radna atmosfera koja se stvorila boravkom na vanjskom prostoru utjecala je na kvalitetu odnosa među djecom. Djeca su potaknuta da od odabranih materijala formiraju oblik koji sami žele ili s kojim su se ranije susreli, što su činili razmjenjujući dojmove, iskustva i strategije konstruiranja oblika. Iz dječjih konstrukcija, očito je kako najviše djece formira oblik trokuta, kvadrata i pravokutnika (Prilog 11), dok najviše djece imenuje krug i trokut, iz čega je moguće zaključiti da je dostupnost materijala značajno utjecala na odabir motiva konstrukcije. Naime, krug su formirala isključivo djeca koja su prikupila oble materijale poput češera ili kamenčića (Prilog 12). Aktivnost je bila reproduktivnog karaktera, uz elemente kreativnog izražavanja koji su se očitovali u izboru materijala. Djeca su formirajući oblike, uočavala dijelove od kojih su sačinjeni, poput stranica, te su prepoznavala i imenovala različite oblike poput trokuta i kvadrata (Prilog 13). Mlađoj djeci je bilo teže uočiti razliku između kvadrata i pravokutnika, ali onda su starija djeca krenula objašnjavati razliku (ova stranica je VEĆA! – umjesto duža). Odgajateljica je poticala djecu na brojenje stranica koje čine oblik trokuta kako bi ih potakla na povezivanje s pojmom broja. Djeca su pokazivala na odstupanja u razumijevanju razlike dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih oblika u nazivlju imenujući oblike, ali i izrazila bogatstvo i raznolikost prethodnih iskustava. U drugom dijelu aktivnosti, nacrtala sam različite oblike, a potom potaknula djecu na pronalaženje materijala podudarnih karakteristika u okolini. U tom je dijelu aktivnosti bila značajna uloga odgajatelja u poticanju uporabu ispravnih termina:

„Odgajateljica: Može li kamen imati neki oblik?”

Dijete: Krug!

Odgajateljica: Može biti okrugao. Možda postoji neki kamen koji je u obliku kvadrata ili pravokutnika.“

(Transkript dijaloga, Crikvenica, 3.5.2022.).

Djeca su uočavala različite oblike⁴¹ u neposrednom okruženju, a potom tražila podudarnost važnih karakteristika predložka i materijala (Prilog 14), uz poticaj na imenovanje:

⁴¹ Pravokutnik, krug, trokut i druge.

„Odgajateljica: Kojeg su oblika ti kamenčići?

Dječak: Okrugli.

Odgajateljica: Odlično, stavi ih na krug.“

(Transkript dijaloga, Crikvenica, 3.5.2022.).

Korištenje krede na betonskoj podlozi, potaknulo je djecu na samostalno reproduciranje obrazaca različitih oblika (Prilog 15). Uvidjevši interes, potaknula sam djecu da nacrtaju neki oblik koji još nije nacrtan. Jedna se djevojčica dosjetila oblika srca pa ga reproducirala. Istovremeno se odvijalo dosjećanje različitih oblika djece u paralelnoj aktivnosti, što je potaknulo dječaka da se dosjeti romba, ali nije bio siguran hoće li ga znati reproducirati. U konačnici je, uz pomoć odgajatelja, uspješno nacrtao željeni oblik, iz čega je bilo očito njegovo zadovoljstvo rezultatom. Neposredno po završetku crtanja romba, drugi dječak je pronašao kamen u istom obliku pa ga na poticaj odgajateljice odložio u predložak. To je doprinijelo i osjećaju svrhovitosti provedene aktivnosti kod dječaka koji se dosjetio romba. Crtanje kredom i prethodno formiranje različitih oblika od prirodnih materijala, potaknulo je nekoliko djece na kreativno izražavanje. Uvažavajući interese djece, njihove inicirane aktivnosti nisam prekidala, ali sam ih poticala na uočavanje geometrijskih oblika u njihovim radovima. Činjenicu da je djevojčica formirala kućicu od grančica, iskoristila sam kao poticaj na imenovanje i opisivanje oblika krova i kata (Prilog 16), ali sam ju i potakla da uoči da se neki oblik može sastaviti/rastaviti na druge oblike. Kao završnu aktivnost, potaknula sam djecu na promatranje kroz igru potrage predmeta iz okoline u različitim oblicima. Bogatstvo predmeta i materijala utjecalo je pozitivno na duljinu trajanje igre, čija je svrha bila potaknuti razumijevanje da su predmeti istih karakteristika podudarni, čak i kada im je položaj različit. Tek kao primjer, djeca su prepoznala da je cvijeće posađeno u vazuu u obliku kocke, uvidjela krug u uličnoj svjetiljci, identificirala oblike betonskih blokova (Prilog 17). Neposredno iskustvo boravka na vanjskom prostoru pozitivno je utjecalo na dosjećanje predmeta i životinja različitih oblika, karakterističnih za neposrednu prirodu. Na pitanje što je moguće naći u prirodi da sličii na zvijezdu, dječak odgovara: „Morska zvijezda. Ona živi u moru!“ (Transkript dijaloga, Crikvenica, 3.5.2022.).

7.3. Prostorni odnosi, brojenje, razvrstavanje

4. svibnja 2022. odgajateljice su sakrile gumene životinje u vrtićkom dvorištu: u grmlju, u kućici za ptice, ispod tobogana, na grani, itd. Djeca su istraživala prostor prirodnim oblicima

kretanja, prikupljajući životinje. U potrazi su se služili povećalima, u svrhu istraživanja obilježja pronađene životinje. Kada je potraga završila, odgajateljice su pitale djecu da opišu gdje su ih pronašli, uz poticanje na definiranje prostornih odnosa. Potom su zajedno sortirali pronađene životinje: prema vrsti (bubamare, pauzi, zmije, gušteri) i boji, međusobno dijeleći razmišljanja. Djeca su u vođenom razgovoru brojala životinje različitih skupova, baratanjem predmetima istraživala pojmove za jedan više, brojala noge kukaca, zamišljala što će se dogoditi ako jednu svoju životinju daju prijatelju.

Analiza i evaluacija aktivnosti:

Aktivnost je započela iskustvenim otkrivanjem prostora, kao preduvjetom definiranja prostornih odnosa. Djeca su se provlačila ispod sprava na igralištu, penjala na drveće, kamenje i prste do kućice za ptice i ulazila u grmove, motivirana željom da pronađu što više gumenih životinja (Prilog 18). Tijekom potrage, djeca su koristila povećala kako bi mogla istražiti obilježja pronađenih životinja. Vrsta igre koja se odvijala, ovisila je o osobnim preferencijama i razvoju pojedinog djeteta: neka su djeca provodila suradničku aktivnost u cilju prikupljanja što većeg broja igračaka (Prilog 19), planirajući, organizirajući i raspravljajući strategije i podjele poslova, a neka natjecateljsku. Neka djeca provodila su paralelnu igru, a neka slučajno i neplanski pronalazila životinje. U tom trenutku, karakteristika aktivnosti bila je igrovna, posljedično novom materijalu i činjenici da u tom trenutku nisam značajno utjecala na razmjenu iskustava djece. Ipak, neka su djeca samostalno poticala situacije učenja, analizirajući opažajno i dijeleći spoznaje s drugima. Kada je potraga završila, okupila sam djecu i potaknula razmjenu iskustava potrage, a u cilju definiranja i imenovanja prostornih odnosa. Transkript razgovora zabilježen 4.5.2022. ukazuje na različitost usvojenih predmatematičkih vještina djece te individualnost kognitivnog razvoja, čak i kod djece iste dobi. Generalno, moguće je zaključiti kako mlađa djeca prostorne odnose definiraju uz pomoć odaslog, dok samostalno definiraju pokazivanjem prstom, posljedično obilježjima kognitivnog razvoja, prikazanima u 3. poglavlju. Isto tako, nemogućnost verbalizacije odnosa u prostoru i opisivanja uvelike ovisi o jezično-govornom razvoju kod djeteta (je li govor razvijen u skladu s djetetovom dobi).

„Odgajateljica: Što si našla?”

Djevojčica 1: Mrava.

Odgajateljica: Mrava? A gdje si ga našla?”

Djevojčica 1 se okreće, pokazuje.

Odgajateljica: Ne moraš mi pokazivati, opiši mi.

Djevojčica 1: U grmu.

Odgajateljica: Gdje si našla zmiju?

Djevojčica 2 pokazuje prstima.

Odgajateljica: Opiši mi malo gdje je bila.

Djevojčica 2 pokazuje prstima.

Odgajateljica: Je li bila ispod nečega, iznad...

Djevojčica 2: Dole negdje.“

(Transkript dijaloga, Crikvenica, 4.5.2022.).

Aktivnost potvrđuje radom prikazane tvrdnje pa je moguće zaključiti da starija djeca, koju karakterizira viši stupanj kognitivnog razvoja te više praktičnih iskustava s većom lakoćom definiraju prostorne odnose te koriste preciznije termine u njihovom imenovanju: „*U kućici, ne vani, unutra, na stolu*“ (Transkript dijaloga, Crikvenica, 4.5.2022.). Prilikom dječjeg dijeljenja neposrednih iskustava, odgajateljice daju primjere prostornih odnosa verbalno i gestama, potičući djecu na upornost, kao i na primjenu strategija dosjećanja, poput odlaska na mjesto potrage u svrhu povratka na mjesto stvaranja sjećanja. Kada su sva djeca izmijenila svoja iskustva, potaknula sam djecu na sortiranje prema kriteriju boje te kriteriju vrste. Većina djece sortirala je predmete prema kriteriju boje s lakoćom (Prilog 20), dok je sortiranje prema vrsti bilo izazovno djeci koja prethodno nisu stekla iskustva razlikovanja paučnjaka i kukaca. Većina djece je uočila da ne dolazi do podudaranja između kukaca i zmija (Prilog 21):

„Odgajateljica: Koliko imamo zelenih životinja? (...) Da li su to sve kukci?

Dječak: Ne, zmija nije.“

(Transkript dijaloga, Crikvenica, 4.5.2022.).

Jedan dječak predlaže sortiranje predmeta prema kategoriji mjesta koje životinji najbolje odgovara: predlaže podjelu na guštere, bubamare i pauke pri čemu se vodi time da gušteri vole toplo, bubamare crveno, a pauki tamno, s ciljem postizanja kamuflaže, što potvrđuje da se kategoriziranje kod djece ove dobi odvija ovisno o stupnju kognitivnog razvoja, odnosno mentalnih procesa u njegovoj pozadini. Uz sortiranje životinja, poticali smo djecu na brojenje elemenata skupova koji su nastali u različitim podjelama. Time se isticalo kako se isti skup (ista

količina) može rastaviti na različite načine, što je važno iskustvo za razumijevanje brojevnih operacija. Navedeno je pokazalo razlike u stupnju ovladanosti načelima brojenja. Većina djece je ovladala načelom pridruživanja 1:1 (Prilog 22) te načelom ordinalnosti. Također, većina manje djece još nije ovladala načelom kardinalnosti:

„Odgajateljica: Što si našla?

Djevojčica: Zmiju i guštera i leptira.

Odgajateljica: Koliko imaš životinja?

Djevojčica: Četiri.

Odgajateljica: Ajde prebroji.

Djevojčica: Jedan, dva, tri.

Odgajateljica: Koliko ih onda imaš?

Djevojčica: Četiri!“

(Transkript dijaloga, Crikvenica, 4.5.2022.).

Također, kognitivni razvoj djeteta utjecao je i na određivanje pojmova za jedan više ili za jedan manje:

„Odgajateljica: Koliko imaš?

Djevojčica: Je'n, dva, tri.

Odgajateljica: Ako ti Patrik da još jednu, koliko ćeš ih imati?

Djevojčica: Je'n, dva, tri.

Odgajateljica: Imaš jedan, dva, tri, a ako ti Patrik da još jednu?

Djevojčica: Onda nema.“

(Transkript dijaloga, Crikvenica, 4.5.2022.).

Ipak, suradničko učenje u skupini djece različitih kompetencija omogućuje kognitivne konflikte koji su pretpostavka razvoja. Djeca su prebrojavajući materijale pokretala rasprave i razmjenu ideja, a odgajateljice su poticale uviđanje metakognitivnih vještina pitanjima koja potiču dječju samorefleksiju:

„Odgajateljica: Kako ste to znali?

Dječak: Tako što smo brojali!“

(Transkript dijaloga, Crikvenica, 4.5.2022.).

8. ZAKLJUČAK

Ovladavanje apstraktnim matematičkim pojmovima podrazumijeva postizanje određenog stupnja kognitivnog razvoja u kojem su misaoni procesi i operacije poput analize, sinteze, reverzibilnosti, apstrahiranja i generalizacije razvijeni. Dijete rane i predškolske dobi nalazi se u predoperacijskoj fazi kognitivnog razvoja, koja značajno određuje njegovo učenje. Ono uči aktivno konstruirajući vlastita znanja, u interakciji s prostornom i socijalnom okolinom. Kada je riječ o matematičkim pojmovima, to čini kroz aktivnosti podudaranja, razvrstavanja, sparivanja i sređivanja. S obzirom na kognitivni razvoj i prirodu učenja kao presudne čimbenike razvoja matematičkih pojmova, unatoč njihovoj hijerarhijskoj strukturi i sistematičnosti, potrebno je njihovom razvoju pristupati individualno i iz pozicije konstruktivnog procesa. Stoga je važno matematičke pojmove uvoditi putem konkretnih materijala i u situacijama igre i kontekstualnog suradničkog učenja, temeljenog na djetetovom stvarnom životu jer oni omogućuju konkretno iskustvo, suprotno apstrakciji koja je u datoj fazi djetetu nedostižna. Na isto poziva i *NKRPOO* (2014), u kojem su matematičke kompetencije prepoznate kao jedne od osam kompetencija cjeloživotnog učenja. *NKRPOO* (2014) je integrirani kurikulum, što znači da se matematički pojmovi razvijaju cjelovito, u svim aktivnostima i područjima učenja, ali i istovremeno razvoju opće kognitivne organizacije.

Boravak djece na vanjskom prostoru nudi brojne benefite za djetetov cjelovit razvoj. On pospješuje djetetovo učenje pozitivnim utjecajem na razvoj koncentracije, usmjeravanje pažnje i sposobnost mentalne transformacije. Multisenzorični poticaji proširuju postojeća iskustva, osjećaj slobode proširuje mogućnosti korištenja mnemotehnika, a opći osjećaj ugone daje temelje pozitivnom stavu prema matematici. Razvoju matematičkih pojmova pogoduje izgradnja vanjskog prostora učenja kao kombinacije učenja i podučavanja, u kojoj dijete samostalno gradi nova znanja, a odgajatelj ih planira na temelju poznavanja strukture matematičkih pojmova i zone djetetovog proksimalnog razvoja.

Istraživanje pokazuje da se usvajanje matematičkih pojmova može odvijati u javnom prostoru jednako kvalitetno kao i u vrtićkom dvorištu. Bogatstvo prirodnog okruženja potiče dječje eksperimentiranje vlastitim idejama i njihovu razmjenu, zbog čega su djeca aktivno sudjelovala u razvoju započetih aktivnosti, što je naročito značajno jer sugerira na visok misaoni angažman i potiče kreativnost u kreiranju vlastitog učenja. Manipulirajući raznolikim materijalom djeca nisu samo usvajala matematičke pojmove broja i oblika, već su i uvidjela da je matematika sveprisutna u životu ljudi. Pri tome, boravak na vanjskom prostoru doprinio je stvaranju

slobodnog ozračja razmjene strategija i ranijih iskustava. Uloga odgajatelja bila je osigurati metodički put razvoja pojmova: od neposrednog iskustva pojmova na konkretnim materijalima, uvođenja govornog iskaza kao simboličke zamjene konkretnog, a potom i slika te znakova. Dokumentiranje fotografijama, transkriptima, videima i bilješkama odgajatelja, omogućilo je evaluaciju provedenog, ali i daljnja planiranja aktivnosti na temelju razumijevanja matematičkih pojmova svakog djeteta ponaosob.

9. LITERATURA

1. Bilton, H. (2010). *Outdoor Learning in Early Years. Management and Innovation*. London: Routledge.
2. Brownell, J.O., Chen, J., Ginet, L. (2014). *Big Ideas of Early Mathematics - What teachers of Young Children Need to Know*. SAD: Pearson Education
3. Budisavljević, T. (2015). Kako oblikovanjem okruženja razvijati suvremeni kurikulum. *Dijete, vrtić, obitelj*, 21 (79), 26-28. Pristupljeno 12.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/172748>.
4. Clements, D., Sarama, J., i Joswick, C. (2018). Learning and teaching geometry in early childhood. *Quadrante* 27(2), 7-31. Pristupljeno 12.2.2023., s: https://www.researchgate.net/publication/330092761_Learning_and_teaching_geometry_in_early_childhood.
5. Cohen, B. (2011). Razumjeti sebe i druge: važnost mjesta odrastanja i vlastitog identiteta u multikulturalnom društvu. *Dijete, vrtić, obitelj*, 17 (65), 2-5. Pristupljeno 3.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/124292>.
6. Čudina Obradović, M. (2008). *Matematika prije škole- priručnik za roditelje i odgajatelja*. Zagreb: Školska knjiga.
7. Dizdarević, L., Krčmar, S., i Martinić, M. (2013). Kretanje i sport važni su za razvoj predškolske djece. *Roditelji.hr* (Online) 1(12). Pristupljeno 3.2.2023., s: <http://www.roditelji.hr/uncategorized/kretanje-sportvazni-su-za-razvojpredskolske-djece/>.
8. Došen Dobud, A. (1995). *Malo dijete, veliki istraživač*. Zagreb: Alinea.
9. Glasnović Gracin, D. (2022). *Predmatematičke vještine* (Powerpoint prezentacija s predavanja). Zagreb: Alfa edukacije. Pristupljeno 5.2.2022., s: <https://event.on24.com/wcc/r/3762553/63E2FAA7EA2927BCB1BDD7B7951C2C84>.
10. Grgin, T. (2004). *Edukacijska psihologija*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
11. Gusić, I. (2000): Tri razine obrade matematičkih pojmova. *Matematika i škola*, 8 (2), 111-118. Pristupljeno 7.2.2023., s: <https://mis.element.hr/fajli/129/08-04.pdf>.
12. Jensen, E. (2005). *Poučavanje s mozgom na umu*. Zagreb: Educa.

13. Katavić, P. (2019). Organizacija i planiranje odgojitelja za boravak na otvorenom: akcijsko istraživanje. *Školski vjesnik*, 68 (2.), 551-572. Pristupljeno 2.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/234971>.
14. Laevers, F. (2006). Uvod u iskustveno učenje. Kako odgoj i obrazovanje učiniti djelotvornijim kroz dobrobit i uključenost?. *Dijete, vrtić, obitelj*, 12 (45), 2-6. Pristupljeno 7.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/177721>.
15. Lamza, A. (2021). Razvoj predmatematičkih vještina u ustanovama ranog odgoja i obrazovanja. Diplomski rad. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Filozofski fakultet. Pristupljeno 12.2.2023., s: <https://zir.nsk.hr/islandora/object/ffzg:5111>.
16. Liebeck, P. (1999). *How children learn mathematics*. London: Penguin.
17. Lindsay, C. (2010). Igrom na otvorenome do zdrave budućnosti za pokrajinu Fife. *Djeca u Europi*, 2 (4), 26-27. Pristupljeno 3.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/123523>.
18. Louv, R. (2008). *Last child in the woods: saving our children from nature-deficit disorder*. North Carolina: Chapel Hill, N.C.
19. Ljubetić, M. (2009). *Vrtić po mjeri djeteta*. Zagreb: Školske novine.
20. Marendić, Z. (2009). Teorijski okvir razvoja matematičkih pojmova u dječjem vrtiću. *Metodika*, 10 (18), 129-141. Pristupljeno 1.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/40821>.
21. Marendić, Z. (2010). Razvoj matematičkih pojmova. *Dijete, vrtić, obitelj*, 16 (60), 2-7. Pristupljeno 6.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/127938>.
22. Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
23. Mårtensson, F. (2010). Igra na otvorenome u središtu zdravstvene kampanje. *Djeca u Europi*, 2 (4), 11-12. Pristupljeno 2.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/123515>.
24. Martinović, N. (2015). Prirodno okruženje vrtića kao poticaj za razvoj. *Dijete, vrtić, obitelj*, 21 (79), 35-36. Pristupljeno 3.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/172752>.
25. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta (2008). *Državni pedagoški standard*. Zagreb, Republika Hrvatska. Pristupljeno 12.2.2023., s: https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2008_06_63_2128.html.
26. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta (2014). *Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje*. Zagreb, Republika Hrvatska. Pristupljeno 12.2.2023., s: https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2015_01_5_95.html.
27. Montague-Smith, A., Cotton, T., Hansen, A. i Price, J.A. (2018). *Mathematics in early years education*. New York: Routledge.

28. Murphy, M.S. (2010). Matematika i društvena pravda - Kako djeca shvaćaju i prikazuju nejednakost. *Dijete, vrtić, obitelj*, 16 (60), 11-15. Pristupljeno 5.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/127940>.
29. NAEYC (2002). *Early Childhood Mathematics: Promoting Good Beginnings*. Pristupljeno 10.2.2023., s: <https://www.naeyc.org/sites/default/files/globally-shared/downloads/PDFs/resources/position-statements/psmath.pdf>.
30. Stepanić, L., i Glasnović Gracin, D. (2019). Pojam broja – aktivnosti u predškoli i prvom razredu. *Matematika i škola*, 98, 120-124. Pristupljeno 12.2.2023., s: <https://mis.element.hr/list/27/broj/98/clanak/1362/pojam-broja-aktivnosti-u-predskoli-i-prvom-razredu>.
31. Petrić, V. (2019). *Kineziološka metodika u ranom i predškolskom odgoju i obrazovanju*. Rijeka: Sveučilište u Rijeci, Učiteljski fakultet.
32. Pihač, M. (2011). Igra i kretanje djece na otvorenom – mogućnosti i rizici. *Dijete, vrtić, obitelj*, 17 (64), 34-35. Pristupljeno 2.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/124363>.
33. Robertson, J. (2017). *Messy Maths: Outdoor Classroom Day*. Bancyfelin: Independent Thinking Press.
34. Romstein, K. (2010). Funkcionalna uporaba broja. *Dijete, vrtić, obitelj*, 16 (60), 23-25. Pristupljeno 5.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/128291>.
35. Sargent, M. (2015). *Developing Early Maths Skills Outdoors*. Salisbury: Practical Pre-school Books.
36. Selimović, H., i Karić, E. (2011). Učenje djece predškolske dobi. *Metodički obzori*, 6 (11), 145-160. Pristupljeno 5.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/71223>.
37. Sesame Street (2016). *Children's Math Development*. Pristupljeno 12.2.2023., s: <https://staging.emediava.org/lo/1000102416/playlist/2800003140>.
38. Sharma, M. (2001). *Matematika bez suza: kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*. Lekenik: Ostvarenje.
39. Slunjski, E. (2008). *Dječji vrtić – zajednica koja uči*. Zagreb: Spektar media.
40. Starc, B., Čudina – Obradović, M., Letica, M., Pleša, A., Profaca, B. (2004). *Osobine i psihološki uvjeti razvoja djeteta predškolske dobi*. Zagreb: Golden marketing – tehnička knjiga.
41. Stepanić, L., i Glasnović Gracin, D. (2021). Pojam broja – aktivnosti u predškoli i prvom razredu. *Matematika i škola*, 98, 120-124. Pristupljeno 7.2.2023., s: <https://mis.element.hr/list/27/broj/98/clanak/1362/pojam-broja-aktivnosti-u-predskoli-i-prvom-razredu>.

42. Vidić, T., Smetko, S., i Maričić, A. (2020). Strah od matematike učenika u osnovnoj školi. *Napredak*, 161 (3 - 4), 203-219. Pristupljeno 3.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/249636>.
43. Vlahović-Štetić, V, i Vizek Vidović, V. (1998). *Kladim se da možeš... psihološki aspekti početnog poučavanja matematike (priručnik za učitelje)*. Zagreb: Udruga roditelja Korak po korak.
44. Vlahović Štetić, V. (2010). Kako djeca usvajaju matematičke pojmove? *Dijete, vrtić, obitelj*, 16 (60), 6-7. Pristupljeno 6.2.2023., s: <https://hrcak.srce.hr/127938>.
45. Vujičić, L., i Petrić, V. (2021). *Integrirano učenje uz pokret u ustanovama ranog odgoja*. Rijeka, Sveučilište u Rijeci.
46. Wang, J., i Feigenson, L. (2019). Infants recognize counting as numerically relevant. *Developmental science*, 22 (6). Pristupljeno 7.2.2023., s: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/desc.12805>.

PRILOZI

Prilog 1. Razvojni miljokaz logičko-matematičkog razvoja: deskriptivni prikaz prema Starc i sur. (2004) i Sesame Street (2016).

Starc i sur. (2004) prikazuju karakteristike razvoja djeteta po dobi, a u nastavku su prikazane one koje se odnose na logičko-matematički razvoj. Dijete u razdoblju od 2. do 3. godine života počinje razvijati simboličku funkciju, pri čemu konkretan predmet postaje simbol predodžbe o nečem drugom, stoga razmišljanje provodi uz pomoć navedenih predodžbi i oslanjanjem na govor. Ono:

- Praktične probleme rješava aktivnim djelovanjem
- Razlikuje i pridružuje 2 veličine, 2 oblika, parove
- Osjeća količinu do 3 i razlikuje jedan od mnogo
- Pruža jedan predmet na zahtjev, a u 3. godini i 3 predmeta
- Poboljšava pamćenje redosljeda radnji i koristi poznato na nov način

To je ujedno razdoblje kada dijete:

- Usvaja nazive nekih brojevnih riječi, no ne u konvencionalnom slijedu
- Zna da dodavanje ili oduzimanje predmeta iz skupa, mijenja količinu
- Razumije pojmove nekih prostornih odnosa, najčešće gore-dolje
- Prepoznaje kada je jedan objekt veći od drugoga

(Sesame Street, 2016).

Prema Starc i sur. (2004), od 3. do 4. godine života dijete:

- Ne uspostavlja kvalitativni identitet i ne razlikuje pojavnost od stvarnosti te ne rasuđuje deduktivno ni induktivno, već transduktivno: od posebnog prema posebnom, bez razmatranja općih načela
- Klasificira prema sličnosti funkcije te klasificira prema jednom kriteriju, no on ne mora bitno obilježje predmeta
- Razlikuje oblike krug, kvadrat i trokut
- Razlikuje veliko, malo i jednako, dugačko, kratko i jednako te debelo-tanko
- Uz pokazivanje broji prvo dva, zatim i tri predmeta, dok mehanički broji do 10
- Primjenjuje načelo 1:1 i načelo ordinalnosti
- Probleme rješava djelovanjem: isprobava različite mogućnosti

- Objašnjava pojave oko sebe, uz određena ograničenja

Ono također:

- Identificira prvi i zadnji predmet u nizu
- Prepoznaje nekoliko brojki
- Imenuje broj koji je rezultat dodavanja ili oduzimanja predmeta u skupu do tri predmeta
- Razumije da se riječima imenuju odnosi među predmetima, primjerice ispred i iza
- Prepoznaje jednostavne ponavljajuće AB uzorke

(Sesame Street, 2016).

Od 4. do 5. godine života, prema Starc i sur. (2004) dijete:

- Razlikuje prostorne odnose, u prostoru: naprijed, natrag, iza, između, iznad, ispod, na dnu, na vrhu
- Razvija načelo glavnog broja i načelo apstrakcije
- Broji uz pravilno pokazivanje 4 predmeta, a mehanički do 10 i više
- Izdvaja predmete srednje veličine, razvrstava na temelju jednog svojstva i može izdvojiti što ne pripada skupini te niže prema jednom kriteriju
- Uočava istaknuto svojstvo predmeta ili pojave, funkciju predmeta te uz pomoć druge osobe, dodatna zajednička svojstva
- Pri klasificiranju mijenja kriterije, ne slijedi samo jedan
- Razvija namjerno zapamćivanje i pamćenje dosjećanjem, a kao strategiju pamćenja koristi povezivanje pokreta i riječi
- Stvara pojmove za predmete iz neposredne okoline: razumijevanje pojmova određuje opažajno dato
- Rastavlja cjelinu na dijelove i uspoređuje ih
- Uspoređuje veće-manje, dulje-kraće, deblje-tanje
- Izdvaja predmete istog oblika te imenuje krug, kvadrat i trokut
- Stvara pretpostavke koje uspoređuje na konkretnim materijalima, a rješenja traži slučajno i namjerno
- Poboljšavaju se kontrola i prilagodljivost pažnje, a misao postaje ireverzibilna

Također, ono:

- Identificira prvi, zadnji i treći predmet u nizu
- Dodaje jedan do tri predmeta te zaključuje koliko je predmeta u skupu do četiri
- Stvara oblike od njihovih dijelova, primjerice stranica

- Koristi nestandardizirane mjerne instrumente i upoznaje standardizirane
- Proširuje i nadopunjuje ponavljajući AB uzorak

(Sesame Street, 2016).

Starc i sur. (2004) ističu da dijete u razdoblju od 5 – 6 godina:

- Namjerno istražuje okolinu, uviđajući sličnosti i razlike u otkrićima
- Napreduje u samoregulaciji pažnje: njenoj kontroli, prilagodljivosti i planiranosti te može odstranjivati ometajuće sadržaje
- Rabi neke strategije pamćenja jer se pamćenje poboljšava
- Stvara pseudopojmove: pojmove koji nemaju zadovoljene sve elemente procesa stvaranja
- Ima bogatiji rječnik, ali on ne podrazumijeva nužno bogatstvo pojma u spoznajnom razvoju
- Nema nužno sposobnost grupiranja predmeta na osnovi bitne karakteristike: tada grupira po slučaju ili nekom kriteriju koji sami pridodaju predmetu
- Grupira po zajedničkim svojstvima kada je u intuitivnoj fazi, ali tada ne obuhvaća neka svojstva jer ne odgovaraju trenutnom principu klasifikacije
- Grupira na temelju bitnog obilježja, ako je steklo tu sposobnost, što nije pravilo
- Nema mogućnosti konzervacije, ali se u nekim slučajevima javlja ulazak u konkretno operacijsko mišljenje
- Počinje gubiti egocentrizam
- Izdvaja predmete po jednom ili dva svojstva
- Planira pri rješavanju problema: prikuplja iskustva, razumije situacije, otkriva principe rada, proizvodi više rješenja, postavlja pitanja zbog čega shvaća prirodne pojave i društvene odnose
- Stvara hijerarhijske osnove na poznatom sadržaju
- Povezuje simbole, predmete, pojave po sličnosti
- Uspoređuje malo-manje, dugo-duže i dr.
- Razlikuje i imenuje: kvadrat, kocka, trokut
- Uspoređuje veličine i oblike, izdvaja predmete koji ne odgovaraju
- Razvija načela brojenja: 1:1, postojanosti, kardinalnosti i apstrakcije
- Pokazuje i broji 4-12 elemenata, mehanički broji više te pokazuje interes za brojke
- Nije sigurno u prosudbi: ne zna objasniti proces dolaska do rješenja kada se opažena situacija vrati na perceptivno stanje

Prema pregledu razvoja matematičkih pojmova koju donosi Sesame Street (2016), dijete u toj dobi može još i brojati unazad, zapisivati brojke do 9, prepoznati različite oblike poput romba te riješiti zadatke nizanja u kompliciranijim ABB ili ABC uzorcima.

U razdoblju od 6. do 7. godine života dijete ovladava konzervacijom, serijacijom, načelima korespondencije 1:1 te inkluzije klasa u skupove, intuitivno apstraktnim pojmovima, razvija načela brojenja, logičke strukture, opazajni koordinatni sustav i preneseni smisao u mišljenju, oslobađa se opazajno danog, definira prema višem rodnom pojmu, uočava uzročno-posljedične veze, povezuje po bitnim osobinama, izdvaja po 1 ili 2 osobine, imenuje i mjeri količine i veličine te ih uspoređuje, a razlikuje i imenuje kuglu, valjak i kocku te prostorne odnose poput lijevo i desno te uspješno rješava zadatke zbrajanja i oduzimanja na konkretnim materijalima, dok u glavi može odrediti za jedan više ili manje (Starc i sur., 2004).

Prilog 2. Djeca su zapisala brojeve uz pomoć odgajateljica



I: Autorska fotografija

Prilog 3. Djeca u pokretu prikupljaju prirodne, a potom njihovu količinu pridružuju brojkama



I: Autorska fotografija

Prilog 4. Dječak skače onoliko puta, koliko prikazuje brojka.



I: Autorska fotografija

Prilog 5. Suradničko učenje



I: Autorska fotografija

Prilog 6. Djeca na plaži, nakon što su ispisala brojeve



I: Autorska fotografija

Prilog 7. Djeca prikupljaju prirodne materijale



I: Autorska fotografija

Prilog 8. Istraživanje djece svim osjetilima



I: Autorska fotografija

Prilog 9. Djeca izdvajaju po određenom kriteriju; grupiraju prema zajedničkim karakteristikama; pridružuju prirodni materijal brojci



I: Autorska fotografija

Prilog 10. Jedan dječak je došao na ideju da bi mogla djeca stati u krugove (slike)



I: Autorska fotografija

Prilog 11. Djeca formiraju trokut, kvadrat, pravokutnik



I: Autorska fotografija

Prilog 12. Obli materijali kao preduvjet stvaranja likova istih karakteristika



I: Autorska fotografija

Prilog 13. Stvaranje trokuta: stranice i kutovi



I: Autorska fotografija

Prilog 14. Razvrstavanje prirodnih materijala prema zadanom predlošku



I: Autorska fotografija

Prilog 15. Djeca reproduciraju različite oblike kredom



I: Autorska fotografija

Prilog 16. Kreativno izražavanje kao poticaj na uočavanje geometrijskih oblika



I: Autorska fotografija

Prilog 17. Geometrija u materijalima odloženima u prirodu



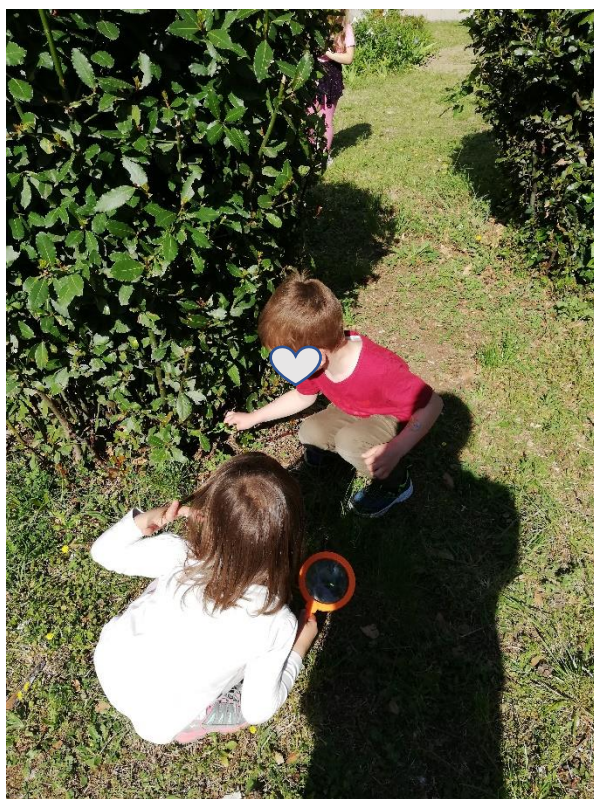
I: Autorska fotografija

Prilog 18. Iskustveno istraživanje prostora u prirodnim oblicima kretanja



I: Autorska fotografija

Prilog 19. Suradničko istraživanje prostora i materijala



I: Autorska fotografija

Prilog 20. Sortiranje igračka prema boji



I: Autorska fotografija

Prilog 21. Sortiranje igračka prema vrsti



I: Autorska fotografija

Prilog 22. Načelo pridruživanja 1:1, dijete broji pokazujući prstom predmet, izgovarajući brojeve slijedom



I: Autorska fotografija

Prilog 23. Privola

PRIVOLA

o sudjelovanju djeteta za potrebe izrade završnog rada

kojom ja, _____, roditelj djeteta

(ime i prezime roditelja)

_____, _____,

(ime i prezime djeteta)

(OIB djeteta)

dajem suglasnost za korištenje fotografija i video snimaka mojeg djeteta za potrebe izrade i obrane završnog rada Andrijane Uzelac pod nazivom „**Razvoj početnih matematičkih koncepata u aktivnostima na vanjskim prostorima**“, uz odobrenje Dječjeg vrtića "Radost".

Gore navedeni osobni podaci djeteta će se koristiti samo za svrhu navedenu u ovoj privoli, a uz poštivanje vrijednosti i načela Etičkog kodeksa istraživanja s djecom.

U Crikvenici, _____

(datum)

Roditelj:

(potpis)

Napomena: ova suglasnost se u svakom trenutku može povući. Povlačenje suglasnosti ne utječe na zakonitost obrade na temelju suglasnosti prije njezina povlačenja.